

# ***Ammortamento di mutui nel regime finanziario della capitalizzazione semplice***

***L'onere implicito relativo al differenziale tra regimi finanziari: capitalizzazione composta <#> semplice***

*Antonio Annibali  
Università "La Sapienza"*

*Carla Barracchini  
Università de "L'Aquila"*

*Alessandro Annibali  
[www.attuariale.eu](http://www.attuariale.eu)*

*Francesco Olivieri  
Tribunale di Roma*



# ***Stato dell'arte: cronologia degli studi del gruppo [www.attuariale.eu](http://www.attuariale.eu)***

---

- 2015 aprile*** – ***Posizione del problema: stesura del piano di ammortamento “alla francese” in capitalizzazione semplice (CS)***
- 2016 maggio e ottobre*** – ***Pubblicazione di due libri su anatocismo e ammortamento di mutui “alla francese” in CS – Edizioni Amazon***
- 2018 marzo, giugno, agosto e settembre*** – ***Nuovo modello di ammortamento “alla francese” in CS: il principio di attualizzazione delle quote interessi – “Le controversie Bancarie” nn. 10,12,13,16***
- 2019 marzo, giugno, agosto settembre e ottobre*** – ***Introduzione del concetto di onere implicito (l'estinzione anticipata, il tasso di mora e il differenziale tra regimi finanziari ) per il calcolo del TEG nel confronto col TSU – “Le controversie Bancarie” nn. 20,22,24,25,26***
- 2020 giugno*** – ***Il problema dell'epoca di equilibrio finanziario negli ammortamenti in CS – “Le controversie Bancarie” n. 34***
- 2020/21 dicembre, gennaio e febbraio*** – ***il problema dei livelli di anatocismo – “Le controversie Bancarie” nn. 40,41,42***



# *Sentenza (1/4) – Benevento 2012*

---

*Tribunale di Benevento - 19 novembre 2012 - Giudice Antonietta Genovese*

*“Il principio dell’interesse composto non provoca tuttavia alcun fenomeno anatocistico nel conteggio degli interessi contenuti in ogni singola rata”. “Il metodo non implica alcuna capitalizzazione degli interessi, poiché gli interessi vengono calcolati unicamente sulla quota capitale via via decrescente e per il periodo corrispondente a quello di ciascuna rata”. “Va peraltro rilevato che, secondo gli studiosi della materia, nei prestiti con rimborso graduale del capitale si registra un fenomeno di segno inverso rispetto a quanto si verifica in regime di capitalizzazione”.*



# *Sentenza (2/4) – Venezia 2014*

---

***Tribunale di Venezia - 27 novembre 2014 - Giudice Manuela Farini***

*“Il metodo di ammortamento a rate costanti cosiddetto alla francese non dà luogo di per sé all’anatocismo. ...tale metodo **non implica affatto una capitalizzazione degli interessi**, essendo questi calcolati unicamente sulla quota di capitale via via decrescente, ... Né può sostenersi che si sia in presenza di un interesse “composto” per il solo rilievo fattuale che il metodo di ammortamento **alla francese** determina un maggior onere di interessi rispetto al piano di ammortamento **all’italiana** che si fonda sulle rate a capitale costante”.*

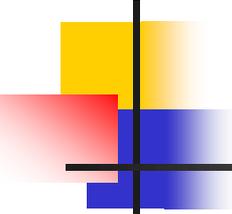


## *Sentenza (3/4) – Padova 2016*

---

**Tribunale di Padova - 12 gennaio 2016 - Giudice Giorgio Bertola**

*“E’ pur vero che per la determinazione della rata periodica nell’ammortamento francese viene utilizzata la formula di **capitalizzazione composta**, ma, ciò **non ha alcun effetto nella determinazione della quota interessi.**”, “L’utilizzo della formula di capitalizzazione composta per determinare la rata non è strettamente necessario per costruire il piano d’ammortamento. Predeterminati, infatti, l’importo del prestito e della rata e il tasso applicato, sono calcolati la quota interessi e la durata del prestito, pur sempre mediante applicazione della formula dell’**interesse semplice**”.*



# ***Sentenza (4/4) – Roma 2019***

---

***Tribunale di Roma – 04 agosto 2019 - Giudice Caterina Cerenzia***

***Il metodo di ammortamento non influisce sulla quantificazione degli interessi ma solo sulla imputazione degli stessi. Utilizzando l'ammortamento alla francese, l'ammontare degli interessi complessivamente corrisposti dal cliente è **invariato**, cambia soltanto la quota-interessi imputabile a ciascuna rata che, invece di essere **costante**, come nell'ammortamento "**all'italiana**", decresce col trascorrere del tempo.***

***Ciononostante, il **totale degli interessi** dovuti e, conseguentemente, l'entità delle singole rate non è assolutamente influenzato dal **metodo di ammortamento** utilizzato, che la quota-interessi sia costante o che sia decrescente è un **elemento estrinseco** rispetto al **tasso applicato** e, di conseguenza, alla quantificazione degli stessi.***



## *Sentenze ..... Quesito*

---

*Risulta evidente che i diversi giudici, nell'emettere le **sentenze** relative a piani di ammortamento «**alla francese**» stilati secondo il regime finanziario della **capitalizzazione composta**:*

- ammettono (più o meno esplicitamente) l'adozione del regime finanziario della **capitalizzazione composta** per il calcolo della **rata di ammortamento***
- congetturano (più o meno genericamente) l'adozione del regime della **capitalizzazione semplice** per il calcolo delle **quote interessi***
- ammettono la **presenza contemporanea dei due regimi finanziari***

*Quesito: Dato un fissato piano di ammortamento, come individuare un **criterio**, in base al quale dedurre il **regime finanziario** adottato per il calcolo delle quote interessi e quindi specificare, in maniera **non congetturale**, la presenza oppure l'assenza di **interessi su interessi**?*



# *Metodologie di ammortamento*

---

*La metodologia di ammortamento di un mutuo corrisponde alla regola con la quale si procede al rimborso dell'importo prestato:*

- *mutuo puro (con pagamento periodico degli interessi e rimborso finale della somma prestata)*
- *“all'italiana” (con quote capitali costanti)*
- *“alla francese” (con rate costanti)*
- *“all'americana” (mutuo puro + accumulo della somma prestata, detto anche ammortamento a due tassi)*

*Attualmente la metodologia più frequentemente utilizzata è quella “alla francese”, i cui risultati vengono spesso (in motivazioni di sentenze, consulenze tecniche d'ufficio o di parte) immotivatamente comparati con quelli relativi ad ammortamenti “all'italiana”.*



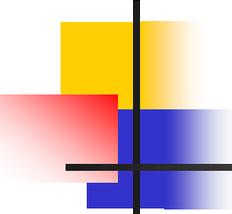
# *Regimi finanziari*

---

*Il **regime finanziario** è il principio secondo cui vanno effettuate le valutazioni finanziarie, che sono operativamente effettuate tramite le **leggi finanziarie** (ossia gli **algoritmi**) sottostanti a tale principio.*

*I due regimi finanziari principalmente usati sono:*

- regime finanziario (**esponenziale**) della **capitalizzazione composta (CC)**, nel quale gli interessi precedentemente maturati, a causa della loro capitalizzazione, sono causa di ulteriori interessi, con **presenza** quindi del fenomeno **anatocistico (matematico)**,*
- regime finanziario (**lineare <#> iperbolico**) della **capitalizzazione semplice (CS)**, nel quale gli interessi precedentemente maturati sono soltanto contabilizzati e non generano ulteriori interessi, con **assenza** quindi del fenomeno di **anatocistico (matematico)**.*



# ***Ammortamento di un mutuo “alla francese”***

---

*L'ammortamento di un mutuo prevede il **prestito** di una somma a un tempo iniziale e la **restituzione** di una rendita composta da n rate.*

*Per assicurare l'equità finanziaria, tale operazione deve verificare la **condizione di chiusura** (azzeramento del debito residuo finale):*

- **uguaglianza** tra il debito iniziale e la somma delle quote capitali,*
- **equivalenza** tra il debito iniziale e l'insieme delle rate: nel caso di un regime finanziario con **leggi non scindibili (CS)**, l'equivalenza (relativa) dovrà essere verificata a un'**epoca assegnata** ( #> **tempo finale**), mentre nel caso di un regime con **leggi scindibili (CC)**, tale equivalenza (assoluta) sarà verificata in una **qualsiasi epoca**.*
- **Importo prestato:** € 100.000*
- **Durata dell'ammortamento :** 20 anni*
- **Pagamento delle rate:** annuale*
- **Tasso annuo effettivo di interesse:** 5%*



# *Piano di ammortamento in CC*

## *Metodo ricorsivo*

---

*Dagli elementi contrattuali e dalla conoscenza della **rata CC** di un piano di ammortamento “**alla francese**”, è possibile calcolare “**in forma ricorsiva**” le altre grandezze del piano stesso :*

- ***quote interessi:** prodotto tra ciascun debito residuo relativo al termine del periodo precedente (anno, semestre, trimestre, bimestre, mese) e il tasso di interesse effettivo periodale,*
- ***quote capitali:** differenza tra ciascuna rata e la quota interessi relativa allo stesso tempo; la somma delle quote capitali, pari al debito iniziale, evidenzia la verifica della condizione di chiusura dell'ammortamento,*
- ***debiti residui:** debito iniziale con sottrazione progressiva delle singole quote capitali, ovvero sottrazione delle singole rate e addizione delle rispettive quote interessi.*

# *Piano di ammortamento in CC*

## *Metodo ricorsivo*

$$R = D_0 \frac{r_{\overline{n}|i}}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{D_0}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{D_0 i}{1 - (1 + i)^{-n}} \Rightarrow R = \frac{100000 \cdot 0.05}{1 - 1.05^{-20}} = \frac{100000}{12.46221} = 8024.26$$

$$I_k = i D_{k-1}$$

$$C_k = R - I_k$$

$$D_k = D_{k-1} - C_k = D_{k-1} - R + I_k = D_{k-1}(1 + i) - R, \quad D_n = 0$$

***Nota:*** mentre le formule relative alla rata, alle quote capitali e ai debiti residui non sono discutibili, la formula relativa alle **quote interessi** è il risultato di una decisione finanziariamente accettabile, ma algebricamente da verificare.

# *Piano di ammortamento in CC*

## *Metodo ricorsivo*

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>
<i>1</i>	<i>8024.26</i>	<i>5000.00</i>	<i>3024.26</i>	<i>96975.74</i>

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>
<i>1</i>	<i>8024.26</i>	<i>5000.00</i>	<i>3024.26</i>	<i>96975.74</i>
<i>2</i>	<i>8024.26</i>	<i>4848.79</i>	<i>3175.47</i>	<i>93800.27</i>

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>
<i>1</i>	<i>8024.26</i>	<i>5000.00</i>	<i>3024.26</i>	<i>96975.74</i>
<i>2</i>	<i>8024.26</i>	<i>4848.79</i>	<i>3175.47</i>	<i>93800.27</i>
<i>3</i>	<i>8024.26</i>	<i>4690.01</i>	<i>3334.25</i>	<i>90466.02</i>

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>
<i>1</i>	<i>8024.26</i>	<i>5000.00</i>	<i>3024.26</i>	<i>96975.74</i>
<i>2</i>	<i>8024.26</i>	<i>4848.79</i>	<i>3175.47</i>	<i>93800.27</i>
<i>3</i>	<i>8024.26</i>	<i>4690.01</i>	<i>3334.25</i>	<i>90466.02</i>
<i>4</i>	<i>8024.26</i>	<i>4523.30</i>	<i>3500.96</i>	<i>86965.07</i>

# *Piano di ammortamento in CC*

## *Metodo ricorsivo*

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>
<i>1</i>	<i>8024.26</i>	<i>5000.00</i>	<i>3024.26</i>	<i>96975.74</i>
<i>2</i>	<i>8024.26</i>	<i>4848.79</i>	<i>3175.47</i>	<i>93800.27</i>
<i>3</i>	<i>8024.26</i>	<i>4690.01</i>	<i>3334.25</i>	<i>90466.02</i>
<i>4</i>	<i>8024.26</i>	<i>4523.30</i>	<i>3500.96</i>	<i>86965.07</i>
<i>5</i>	<i>8024.26</i>	<i>4348.25</i>	<i>3676.01</i>	<i>83289.06</i>
<i>6</i>	<i>8024.26</i>	<i>4164.45</i>	<i>3859.81</i>	<i>79429.26</i>
<i>7</i>	<i>8024.26</i>	<i>3971.46</i>	<i>4052.80</i>	<i>75376.46</i>
<i>8</i>	<i>8024.26</i>	<i>3768.82</i>	<i>4255.44</i>	<i>71121.02</i>
<i>9</i>	<i>8024.26</i>	<i>3556.05</i>	<i>4468.21</i>	<i>66652.82</i>
<i>10</i>	<i>8024.26</i>	<i>3332.64</i>	<i>4691.62</i>	<i>61961.20</i>
<i>11</i>	<i>8024.26</i>	<i>3098.06</i>	<i>4926.20</i>	<i>57035.00</i>
<i>12</i>	<i>8024.26</i>	<i>2851.75</i>	<i>5172.51</i>	<i>51862.49</i>
<i>13</i>	<i>8024.26</i>	<i>2593.12</i>	<i>5431.13</i>	<i>46431.36</i>
<i>14</i>	<i>8024.26</i>	<i>2321.57</i>	<i>5702.69</i>	<i>40728.67</i>
<i>15</i>	<i>8024.26</i>	<i>2036.43</i>	<i>5987.83</i>	<i>34740.84</i>
<i>16</i>	<i>8024.26</i>	<i>1737.04</i>	<i>6287.22</i>	<i>28453.62</i>
<i>17</i>	<i>8024.26</i>	<i>1422.68</i>	<i>6601.58</i>	<i>21852.05</i>
<i>18</i>	<i>8024.26</i>	<i>1092.60</i>	<i>6931.66</i>	<i>14920.39</i>
<i>19</i>	<i>8024.26</i>	<i>746.02</i>	<i>7278.24</i>	<i>7642.15</i>
<i>20</i>	<i>8024.26</i>	<i>382.11</i>	<i>7642.15</i>	<i>0.00</i>
<i>Tot</i>	<i>160485.17</i>	<i>60485.17</i>	<i>100000.00</i>	
<i>V.A.</i>	<i>100000.00</i>	<i>42395.07</i>	<i>57604.93</i>	
<i>Mont</i>	<i>265329.77</i>	<i>112486.75</i>	<i>152843.02</i>	



# *Piano di ammortamento in CC*

## *Metodo diretto*

---

*Dagli elementi contrattuali e dalla conoscenza della **rata CC** di un piano di ammortamento “**alla francese**”, è possibile calcolare anche “**in forma diretta**” le altre grandezze del piano stesso :*

- ***debiti residui**: somme dei valori attuali delle rate di ammortamento successive al tempo di valutazione,*
- ***quote capitali**: differenze tra ciascun debito residuo relativo al tempo precedente e l’analogo debito residuo del tempo corrente,*
- ***quote interessi**: differenze tra ciascuna rata di ammortamento e la quota capitale relativa al tempo corrente; operando in tale modo, le quote interessi non derivano, come accadeva nel precedente metodo ricorsivo, da una posizione (**congettura**), ma da una dimostrazione algebrica (**teorema**), risultando comunque pari al prodotto di ciascun debito residuo relativo al periodo precedente per il tasso di interesse effettivo periodale.*

# Piano di ammortamento in CC

## Metodo diretto

$$R = D_0 \frac{r_{\overline{n}|i}}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{D_0}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{D_0 i}{1 - (1+i)^{-n}} \Rightarrow R = \frac{100000 \cdot 0.05}{1 - 1.05^{-20}} = \frac{100000}{12.46221} = 8024.26$$

$$D_k = R a_{\overline{n-k}|i} = R \frac{1 - v_{\overline{n-k}|i}}{i} = R \frac{1 - (1+i)^{-n+k}}{i}$$

$$C_k = D_{k-1} - D_k = R(a_{\overline{n-k+1}|i} - a_{\overline{n-k}|i}) = \frac{R}{i}(v_{\overline{n-k}|i} - v_{\overline{n-k+1}|i}) = R v_{\overline{n-k+1}|i}$$

$$C_1 = R(1+i)^{-n}, \quad C_k = C_{k-1}(1+i) = \begin{cases} C_1(1+i)^{k-1} \\ R(1+i)^{-n+k-1} \end{cases}, \quad C_n = R(1+i)^{-1}$$

$$I_k = R - C_k = R(1 - (1+i)^{-n+k-1}) = i R a_{\overline{n-k+1}|i} = i D_{k-1}$$

# *Piano di ammortamento in CC*

## *Metodo diretto*

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>
<i>1</i>	<i>8024.26</i>			<i>96975.74</i>
<i>2</i>	<i>8024.26</i>			<i>93800.27</i>
<i>3</i>	<i>8024.26</i>			<i>90466.02</i>
<i>4</i>	<i>8024.26</i>			<i>86965.07</i>
<i>5</i>	<i>8024.26</i>			<i>83289.06</i>
<i>6</i>	<i>8024.26</i>			<i>79429.26</i>
<i>7</i>	<i>8024.26</i>			<i>75376.46</i>
<i>8</i>	<i>8024.26</i>			<i>71121.02</i>
<i>9</i>	<i>8024.26</i>			<i>66652.82</i>
<i>10</i>	<i>8024.26</i>			<i>61961.20</i>
<i>11</i>	<i>8024.26</i>			<i>57035.00</i>
<i>12</i>	<i>8024.26</i>			<i>51862.49</i>
<i>13</i>	<i>8024.26</i>			<i>46431.36</i>
<i>14</i>	<i>8024.26</i>			<i>40728.67</i>
<i>15</i>	<i>8024.26</i>			<i>34740.84</i>
<i>16</i>	<i>8024.26</i>			<i>28453.62</i>
<i>17</i>	<i>8024.26</i>			<i>21852.05</i>
<i>18</i>	<i>8024.26</i>			<i>14920.39</i>
<i>19</i>	<i>8024.26</i>			<i>7642.15</i>
<i>20</i>	<i>8024.26</i>			<i>0.00</i>

# *Piano di ammortamento in CC*

## *Metodo diretto*

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>
<i>1</i>	<i>8024.26</i>		<i>3024.26</i>	<i>96975.74</i>
<i>2</i>	<i>8024.26</i>		<i>3175.47</i>	<i>93800.27</i>
<i>3</i>	<i>8024.26</i>		<i>3334.25</i>	<i>90466.02</i>
<i>4</i>	<i>8024.26</i>		<i>3500.96</i>	<i>86965.07</i>
<i>5</i>	<i>8024.26</i>		<i>3676.01</i>	<i>83289.06</i>
<i>6</i>	<i>8024.26</i>		<i>3859.81</i>	<i>79429.26</i>
<i>7</i>	<i>8024.26</i>		<i>4052.80</i>	<i>75376.46</i>
<i>8</i>	<i>8024.26</i>		<i>4255.44</i>	<i>71121.02</i>
<i>9</i>	<i>8024.26</i>		<i>4468.21</i>	<i>66652.82</i>
<i>10</i>	<i>8024.26</i>		<i>4691.62</i>	<i>61961.20</i>
<i>11</i>	<i>8024.26</i>		<i>4926.20</i>	<i>57035.00</i>
<i>12</i>	<i>8024.26</i>		<i>5172.51</i>	<i>51862.49</i>
<i>13</i>	<i>8024.26</i>		<i>5431.13</i>	<i>46431.36</i>
<i>14</i>	<i>8024.26</i>		<i>5702.69</i>	<i>40728.67</i>
<i>15</i>	<i>8024.26</i>		<i>5987.83</i>	<i>34740.84</i>
<i>16</i>	<i>8024.26</i>		<i>6287.22</i>	<i>28453.62</i>
<i>17</i>	<i>8024.26</i>		<i>6601.58</i>	<i>21852.05</i>
<i>18</i>	<i>8024.26</i>		<i>6931.66</i>	<i>14920.39</i>
<i>19</i>	<i>8024.26</i>		<i>7278.24</i>	<i>7642.15</i>
<i>20</i>	<i>8024.26</i>		<i>7642.15</i>	<i>0.00</i>

# *Piano di ammortamento in CC*

## *Metodo diretto*

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>
<i>1</i>	<i>8024.26</i>	<i>5000.00</i>	<i>3024.26</i>	<i>96975.74</i>
<i>2</i>	<i>8024.26</i>	<i>4848.79</i>	<i>3175.47</i>	<i>93800.27</i>
<i>3</i>	<i>8024.26</i>	<i>4690.01</i>	<i>3334.25</i>	<i>90466.02</i>
<i>4</i>	<i>8024.26</i>	<i>4523.30</i>	<i>3500.96</i>	<i>86965.07</i>
<i>5</i>	<i>8024.26</i>	<i>4348.25</i>	<i>3676.01</i>	<i>83289.06</i>
<i>6</i>	<i>8024.26</i>	<i>4164.45</i>	<i>3859.81</i>	<i>79429.26</i>
<i>7</i>	<i>8024.26</i>	<i>3971.46</i>	<i>4052.80</i>	<i>75376.46</i>
<i>8</i>	<i>8024.26</i>	<i>3768.82</i>	<i>4255.44</i>	<i>71121.02</i>
<i>9</i>	<i>8024.26</i>	<i>3556.05</i>	<i>4468.21</i>	<i>66652.82</i>
<i>10</i>	<i>8024.26</i>	<i>3332.64</i>	<i>4691.62</i>	<i>61961.20</i>
<i>11</i>	<i>8024.26</i>	<i>3098.06</i>	<i>4926.20</i>	<i>57035.00</i>
<i>12</i>	<i>8024.26</i>	<i>2851.75</i>	<i>5172.51</i>	<i>51862.49</i>
<i>13</i>	<i>8024.26</i>	<i>2593.12</i>	<i>5431.13</i>	<i>46431.36</i>
<i>14</i>	<i>8024.26</i>	<i>2321.57</i>	<i>5702.69</i>	<i>40728.67</i>
<i>15</i>	<i>8024.26</i>	<i>2036.43</i>	<i>5987.83</i>	<i>34740.84</i>
<i>16</i>	<i>8024.26</i>	<i>1737.04</i>	<i>6287.22</i>	<i>28453.62</i>
<i>17</i>	<i>8024.26</i>	<i>1422.68</i>	<i>6601.58</i>	<i>21852.05</i>
<i>18</i>	<i>8024.26</i>	<i>1092.60</i>	<i>6931.66</i>	<i>14920.39</i>
<i>19</i>	<i>8024.26</i>	<i>746.02</i>	<i>7278.24</i>	<i>7642.15</i>
<i>20</i>	<i>8024.26</i>	<i>382.11</i>	<i>7642.15</i>	<i>0.00</i>
<i>Tot</i>	<i>160485.17</i>	<i>60485.17</i>	<i>100000.00</i>	
<i>V.A.</i>	<i>100000.00</i>	<i>42395.07</i>	<i>57604.93</i>	
<i>Mont</i>	<i>265329.77</i>	<i>112486.75</i>	<i>152843.02</i>	



# *Piano di ammortamento in CS*

## *Metodo diretto*

---

*Analogamente a quanto effettuato con riferimento al piano in CC, dagli elementi contrattuali e dalla conoscenza della **rata CS** di un piano di ammortamento “**alla francese**”, è possibile calcolare “**in forma diretta**” le altre grandezze del piano stesso :*

- **debiti residui**: somme dei valori attuali (intendendo: **valore attuale dei montanti in CS**, in conseguenza dell’epoca di equilibrio finale) delle rate di ammortamento successive al tempo di valutazione,*
- **quote capitali**: differenze tra ciascun debito residuo relativo al tempo precedente e l’analogo debito residuo del tempo corrente,*
- **quote interessi**: differenze tra ciascuna rata di ammortamento e la quota capitale relativa al tempo corrente; operando in tale modo, nel seguito si verificherà come le quote interessi risultino, tramite una dimostrazione algebrica (**teorema**), pari al **valore attuale del prodotto di ciascun debito residuo** relativo al periodo **precedente per il tasso di interesse** effettivo periodale.*

# Piano di ammortamento in CS

## Metodo diretto

$$R^{cs} = D_0 \frac{r_{\frac{cs}{n|i}}}{s_{\frac{cs}{n|i}}} = \frac{D_0}{a_{\frac{cs}{n|i}}^{(n)}} = \frac{D_0 (1 + in)}{n \left(1 + i \frac{n-1}{2}\right)} \Rightarrow R^{cs} = \frac{100000(1 + 0.05 \cdot 20)}{20(1 + 0.05 \cdot 9.5)} = \frac{100000}{14.75} = 6779.66$$

$$D_k^{cs} = R^{cs} a_{\frac{cs}{n-k|i}}^{(n-k)} = R^{cs} s_{\frac{cs}{n-k|i}}^{cs} v_{\frac{cs}{n-k|i}}^{cs} = R^{cs} \frac{(n-k)r_{\frac{cs}{(n-k)|i}}}{1 + i(n-k)} = R^{cs} \frac{(n-k) \left(1 + i \frac{n-k-1}{2}\right)}{1 + i(n-k)}$$

$$C_k^{cs} = D_{k-1}^{cs} - D_k^{cs} = R^{cs} \left( a_{\frac{cs}{n-k+1|i}}^{(n-k+1)} - a_{\frac{cs}{n-k|i}}^{(n-k)} \right) = R^{cs} \left( s_{\frac{cs}{n-k+1|i}}^{cs} v_{\frac{cs}{n-k+1|i}}^{cs} - s_{\frac{cs}{n-k|i}}^{cs} v_{\frac{cs}{n-k|i}}^{cs} \right) =$$

$$= R^{cs} \left( s_{\frac{cs}{n-k+1|i}}^{cs} v_{\frac{cs}{n-k+1|i}}^{cs} - (s_{\frac{cs}{n-k+1|i}}^{cs} - r_{\frac{cs}{n-k|i}}^{cs}) v_{\frac{cs}{n-k|i}}^{cs} \right) =$$

$$= R^{cs} \left( s_{\frac{cs}{n-k+1|i}}^{cs} (v_{\frac{cs}{n-k+1|i}}^{cs} - v_{\frac{cs}{n-k|i}}^{cs}) + 1 \right) = R^{cs} \left( 1 - s_{\frac{cs}{n-k+1|i}}^{cs} i v_{\frac{cs}{n-k+1|i}}^{cs} v_{\frac{cs}{n-k|i}}^{cs} \right) =$$

$$= R^{cs} \left( 1 - i a_{\frac{cs}{n-k+1|i}}^{cs} v_{\frac{cs}{n-k|i}}^{cs} \right) = R^{cs} - i D_{k-1}^{cs} v_{\frac{cs}{n-k|i}}^{cs}$$

$$I_k^{cs} = R^{cs} - C_k^{cs} = R^{cs} - \left( R^{cs} - i D_{k-1}^{cs} v_{\frac{cs}{n-k|i}}^{cs} \right) = i D_{k-1}^{cs} v_{\frac{cs}{n-k|i}}^{cs}$$

# *Piano di ammortamento in CS*

## *Metodo diretto*

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>
<i>1</i>	<i>6779.66</i>			<i>95784.44</i>
<i>2</i>	<i>6779.66</i>			<i>91525.42</i>
<i>3</i>	<i>6779.66</i>			<i>87219.42</i>
<i>4</i>	<i>6779.66</i>			<i>82862.52</i>
<i>5</i>	<i>6779.66</i>			<i>78450.36</i>
<i>6</i>	<i>6779.66</i>			<i>73978.07</i>
<i>7</i>	<i>6779.66</i>			<i>69440.16</i>
<i>8</i>	<i>6779.66</i>			<i>64830.51</i>
<i>9</i>	<i>6779.66</i>			<i>60142.15</i>
<i>10</i>	<i>6779.66</i>			<i>55367.23</i>
<i>11</i>	<i>6779.66</i>			<i>50496.79</i>
<i>12</i>	<i>6779.66</i>			<i>45520.58</i>
<i>13</i>	<i>6779.66</i>			<i>40426.87</i>
<i>14</i>	<i>6779.66</i>			<i>35202.09</i>
<i>15</i>	<i>6779.66</i>			<i>29830.51</i>
<i>16</i>	<i>6779.66</i>			<i>24293.79</i>
<i>17</i>	<i>6779.66</i>			<i>18570.38</i>
<i>18</i>	<i>6779.66</i>			<i>12634.82</i>
<i>19</i>	<i>6779.66</i>			<i>6456.82</i>
<i>20</i>	<i>6779.66</i>			<i>0.00</i>

# *Piano di ammortamento in CS*

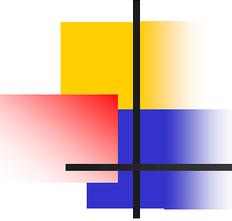
## *Metodo diretto*

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>
<i>1</i>	<i>6779.66</i>		<i>4215.56</i>	<i>95784.44</i>
<i>2</i>	<i>6779.66</i>		<i>4259.02</i>	<i>91525.42</i>
<i>3</i>	<i>6779.66</i>		<i>4306.00</i>	<i>87219.42</i>
<i>4</i>	<i>6779.66</i>		<i>4356.90</i>	<i>82862.52</i>
<i>5</i>	<i>6779.66</i>		<i>4412.16</i>	<i>78450.36</i>
<i>6</i>	<i>6779.66</i>		<i>4472.30</i>	<i>73978.07</i>
<i>7</i>	<i>6779.66</i>		<i>4537.90</i>	<i>69440.16</i>
<i>8</i>	<i>6779.66</i>		<i>4609.66</i>	<i>64830.51</i>
<i>9</i>	<i>6779.66</i>		<i>4688.35</i>	<i>60142.15</i>
<i>10</i>	<i>6779.66</i>		<i>4774.92</i>	<i>55367.23</i>
<i>11</i>	<i>6779.66</i>		<i>4870.45</i>	<i>50496.79</i>
<i>12</i>	<i>6779.66</i>		<i>4976.20</i>	<i>45520.58</i>
<i>13</i>	<i>6779.66</i>		<i>5093.71</i>	<i>40426.87</i>
<i>14</i>	<i>6779.66</i>		<i>5224.78</i>	<i>35202.09</i>
<i>15</i>	<i>6779.66</i>		<i>5371.58</i>	<i>29830.51</i>
<i>16</i>	<i>6779.66</i>		<i>5536.72</i>	<i>24293.79</i>
<i>17</i>	<i>6779.66</i>		<i>5723.41</i>	<i>18570.38</i>
<i>18</i>	<i>6779.66</i>		<i>5935.55</i>	<i>12634.82</i>
<i>19</i>	<i>6779.66</i>		<i>6178.00</i>	<i>6456.82</i>
<i>20</i>	<i>6779.66</i>		<i>6456.82</i>	<i>0.00</i>

# *Piano di ammortamento in CS*

## *Metodo diretto*

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>
<i>1</i>	<i>6779.66</i>	<i>2564.10</i>	<i>4215.56</i>	<i>95784.44</i>
<i>2</i>	<i>6779.66</i>	<i>2520.64</i>	<i>4259.02</i>	<i>91525.42</i>
<i>3</i>	<i>6779.66</i>	<i>2473.66</i>	<i>4306.00</i>	<i>87219.42</i>
<i>4</i>	<i>6779.66</i>	<i>2422.76</i>	<i>4356.90</i>	<i>82862.52</i>
<i>5</i>	<i>6779.66</i>	<i>2367.50</i>	<i>4412.16</i>	<i>78450.36</i>
<i>6</i>	<i>6779.66</i>	<i>2307.36</i>	<i>4472.30</i>	<i>73978.07</i>
<i>7</i>	<i>6779.66</i>	<i>2241.76</i>	<i>4537.90</i>	<i>69440.16</i>
<i>8</i>	<i>6779.66</i>	<i>2170.01</i>	<i>4609.66</i>	<i>64830.51</i>
<i>9</i>	<i>6779.66</i>	<i>2091.31</i>	<i>4688.35</i>	<i>60142.15</i>
<i>10</i>	<i>6779.66</i>	<i>2004.74</i>	<i>4774.92</i>	<i>55367.23</i>
<i>11</i>	<i>6779.66</i>	<i>1909.21</i>	<i>4870.45</i>	<i>50496.79</i>
<i>12</i>	<i>6779.66</i>	<i>1803.46</i>	<i>4976.20</i>	<i>45520.58</i>
<i>13</i>	<i>6779.66</i>	<i>1685.95</i>	<i>5093.71</i>	<i>40426.87</i>
<i>14</i>	<i>6779.66</i>	<i>1554.88</i>	<i>5224.78</i>	<i>35202.09</i>
<i>15</i>	<i>6779.66</i>	<i>1408.08</i>	<i>5371.58</i>	<i>29830.51</i>
<i>16</i>	<i>6779.66</i>	<i>1242.94</i>	<i>5536.72</i>	<i>24293.79</i>
<i>17</i>	<i>6779.66</i>	<i>1056.25</i>	<i>5723.41</i>	<i>18570.38</i>
<i>18</i>	<i>6779.66</i>	<i>844.11</i>	<i>5935.55</i>	<i>12634.82</i>
<i>19</i>	<i>6779.66</i>	<i>601.66</i>	<i>6178.00</i>	<i>6456.82</i>
<i>20</i>	<i>6779.66</i>	<i>322.84</i>	<i>6456.82</i>	<i>0.00</i>
<i>Tot</i>	<i>135593.22</i>	<i>35593.22</i>	<i>100000.00</i>	
<i>V.A.</i>	<i>100000.00</i>	<i>28075.82</i>	<i>71924.18</i>	
<i>Mont</i>	<i>200000.00</i>	<i>56151.65</i>	<i>143848.35</i>	



# *Piano di ammortamento in CS*

## *Metodo ricorsivo*

---

*Analogamente a quanto effettuato con riferimento al piano in CC, dagli elementi contrattuali e dalla conoscenza della **rata CS** di un piano di ammortamento “**alla francese**”, è possibile calcolare anche “**in forma ricorsiva**” le altre grandezze del piano stesso :*

- **quote interessi: valore attuale (CS)** del prodotto di ciascun debito residuo relativo al termine del periodo precedente (anno, semestre, trimestre, bimestre, mese) per il tasso di interesse effettivo periodale,*
- **quote capitali:** differenza tra ciascuna rata e la quota interessi relativa allo stesso tempo; la somma delle quote capitali, pari al debito iniziale, evidenzia la verifica della condizione di chiusura dell'ammortamento,*
- **debiti residui:** debito iniziale con sottrazione progressiva delle singole quote capitali (ovvero sottrazione delle singole rate e addizione delle rispettive quote interessi).*

# Piano di ammortamento in CS

## Metodo ricorsivo

$$R^{cs} = D_0 \frac{r_{\frac{cs}{n|i}}}{s_{\frac{cs}{n|i}}} = \frac{D_0}{a_{\frac{cs}{n|i}}^{(n)}} = \frac{D_0 (1 + in)}{n \left(1 + i \frac{n-1}{2}\right)} \Rightarrow R^{cs} = \frac{100000(1 + 0.05 \cdot 20)}{20(1 + 0.05 \cdot 9.5)} = \frac{100000}{14.75} = 6779.66$$

$$I_k^{cs} = iD_{k-1}^{cs} v_{\frac{cs}{n-k|i}}$$

$$C_k^{cs} = R^{cs} - I_k^{cs}$$

$$D_k^{cs} = D_{k-1}^{cs} - C_k^{cs} = D_{k-1}^{cs} - R^{cs} + I_k^{cs} = D_{k-1}^{cs} \left(1 + i v_{\frac{cs}{n-k|i}}\right) - R^{cs}$$

,  $D_n^{cs} = 0$

# *Piano di ammortamento in CS*

## *Metodo ricorsivo*

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>	<i>Int globali</i>	<i>Coeff Attua</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>		
<i>1</i>	<i>6779.66</i>	<i>2564.10</i>	<i>4215.56</i>	<i>95784.44</i>	<i>5000.00</i>	<i>0.512821</i>

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>	<i>Int globali</i>	<i>Coeff Attua</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>		
<i>1</i>	<i>6779.66</i>	<i>2564.10</i>	<i>4215.56</i>	<i>95784.44</i>	<i>5000.00</i>	<i>0.512821</i>
<i>2</i>	<i>6779.66</i>	<i>2520.64</i>	<i>4259.02</i>	<i>91525.42</i>	<i>4789.22</i>	<i>0.526316</i>

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>	<i>Int globali</i>	<i>Coeff Attua</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>		
<i>1</i>	<i>6779.66</i>	<i>2564.10</i>	<i>4215.56</i>	<i>95784.44</i>	<i>5000.00</i>	<i>0.512821</i>
<i>2</i>	<i>6779.66</i>	<i>2520.64</i>	<i>4259.02</i>	<i>91525.42</i>	<i>4789.22</i>	<i>0.526316</i>
<i>3</i>	<i>6779.66</i>	<i>2473.66</i>	<i>4306.00</i>	<i>87219.42</i>	<i>4576.27</i>	<i>0.540541</i>

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>	<i>Int globali</i>	<i>Coeff Attua</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>		
<i>1</i>	<i>6779.66</i>	<i>2564.10</i>	<i>4215.56</i>	<i>95784.44</i>	<i>5000.00</i>	<i>0.512821</i>
<i>2</i>	<i>6779.66</i>	<i>2520.64</i>	<i>4259.02</i>	<i>91525.42</i>	<i>4789.22</i>	<i>0.526316</i>
<i>3</i>	<i>6779.66</i>	<i>2473.66</i>	<i>4306.00</i>	<i>87219.42</i>	<i>4576.27</i>	<i>0.540541</i>
<i>4</i>	<i>6779.66</i>	<i>2422.76</i>	<i>4356.90</i>	<i>82862.52</i>	<i>4360.97</i>	<i>0.555556</i>

# *Piano di ammortamento in CS*

## *Metodo ricorsivo*

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>	<i>Int globali</i>	<i>Coeff Attua</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>		
<i>1</i>	<i>6779.66</i>	<i>2564.10</i>	<i>4215.56</i>	<i>95784.44</i>	<i>5000.00</i>	<i>0.512821</i>
<i>2</i>	<i>6779.66</i>	<i>2520.64</i>	<i>4259.02</i>	<i>91525.42</i>	<i>4789.22</i>	<i>0.526316</i>
<i>3</i>	<i>6779.66</i>	<i>2473.66</i>	<i>4306.00</i>	<i>87219.42</i>	<i>4576.27</i>	<i>0.540541</i>
<i>4</i>	<i>6779.66</i>	<i>2422.76</i>	<i>4356.90</i>	<i>82862.52</i>	<i>4360.97</i>	<i>0.555556</i>
<i>5</i>	<i>6779.66</i>	<i>2367.50</i>	<i>4412.16</i>	<i>78450.36</i>	<i>4143.13</i>	<i>0.571429</i>
<i>6</i>	<i>6779.66</i>	<i>2307.36</i>	<i>4472.30</i>	<i>73978.07</i>	<i>3922.52</i>	<i>0.588235</i>
<i>7</i>	<i>6779.66</i>	<i>2241.76</i>	<i>4537.90</i>	<i>69440.16</i>	<i>3698.90</i>	<i>0.606061</i>
<i>8</i>	<i>6779.66</i>	<i>2170.01</i>	<i>4609.66</i>	<i>64830.51</i>	<i>3472.01</i>	<i>0.625000</i>
<i>9</i>	<i>6779.66</i>	<i>2091.31</i>	<i>4688.35</i>	<i>60142.15</i>	<i>3241.53</i>	<i>0.645161</i>
<i>10</i>	<i>6779.66</i>	<i>2004.74</i>	<i>4774.92</i>	<i>55367.23</i>	<i>3007.11</i>	<i>0.666667</i>
<i>11</i>	<i>6779.66</i>	<i>1909.21</i>	<i>4870.45</i>	<i>50496.79</i>	<i>2768.36</i>	<i>0.689655</i>
<i>12</i>	<i>6779.66</i>	<i>1803.46</i>	<i>4976.20</i>	<i>45520.58</i>	<i>2524.84</i>	<i>0.714286</i>
<i>13</i>	<i>6779.66</i>	<i>1685.95</i>	<i>5093.71</i>	<i>40426.87</i>	<i>2276.03</i>	<i>0.740741</i>
<i>14</i>	<i>6779.66</i>	<i>1554.88</i>	<i>5224.78</i>	<i>35202.09</i>	<i>2021.34</i>	<i>0.769231</i>
<i>15</i>	<i>6779.66</i>	<i>1408.08</i>	<i>5371.58</i>	<i>29830.51</i>	<i>1760.10</i>	<i>0.800000</i>
<i>16</i>	<i>6779.66</i>	<i>1242.94</i>	<i>5536.72</i>	<i>24293.79</i>	<i>1491.53</i>	<i>0.833333</i>
<i>17</i>	<i>6779.66</i>	<i>1056.25</i>	<i>5723.41</i>	<i>18570.38</i>	<i>1214.69</i>	<i>0.869565</i>
<i>18</i>	<i>6779.66</i>	<i>844.11</i>	<i>5935.55</i>	<i>12634.82</i>	<i>928.52</i>	<i>0.909091</i>
<i>19</i>	<i>6779.66</i>	<i>601.66</i>	<i>6178.00</i>	<i>6456.82</i>	<i>631.74</i>	<i>0.952381</i>
<i>20</i>	<i>6779.66</i>	<i>322.84</i>	<i>6456.82</i>	<i>0.00</i>	<i>322.84</i>	<i>1.000000</i>
<i>Tot</i>	<i>135593.22</i>	<i>35593.22</i>	<i>100000.00</i>		<i>56151.65</i>	
<i>V.A.</i>	<i>100000.00</i>	<i>28075.82</i>	<i>71924.18</i>		<i>45460.62</i>	
<i>Mont</i>	<i>200000.00</i>	<i>56151.65</i>	<i>143848.35</i>		<i>90921.23</i>	

# *Piano di ammortamento in CC e CS*

## *Metodo ricorsivo - Confronto*

$$R = \frac{D_0 i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

$$R^{cs} = \frac{D_0 (1 + in)}{n \left(1 + i \frac{n-1}{2}\right)}$$

$$I_k = i D_{k-1}$$

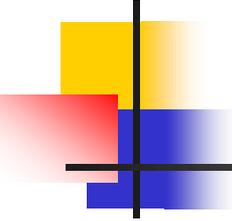
$$I_k^{cs} = \frac{i D_{k-1}^{cs}}{1 + i(n-k)}$$

$$C_k = R - I_k$$

$$C_k^{cs} = R^{cs} - I_k^{cs}$$

$$D_k = D_{k-1}(1 + i) - R$$

$$D_k^{cs} = D_{k-1}^{cs} \left(1 + \frac{i}{1 + i(n-k)}\right) - R^{cs}$$



# *Piano di ammortamento in CC e CS*

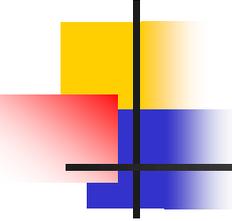
## *Metodo ricorsivo - Confronto*

---

*Le differenze tra i due piani di ammortamento (in CC e in CS), a parte l'utilizzazione delle formule relative ai due regimi, riguardano:*

- l'epoca di verifica dell'equità dell'operazione finanziaria: il tempo iniziale o quello finale (o qualsiasi altro), nel caso di adozione del regime finanziario della CC; necessariamente il tempo finale  $n$ , nel caso di adozione del regime finanziario della CS,*
- il calcolo in CS delle quote interesse in forma attualizzata (valore attuale per l'intervallo di tempo intercorrente tra l'epoca di pagamento della rata e il tempo finale).*

*Mentre in CC, il pagamento dell'intera quota interessi al tempo di scadenza della rata, equivale finanziariamente al pagamento del suo montante al tempo finale (generando la presenza di interessi su interessi), nel caso di CS, il pagamento della quota interessi in forma attualizzata al tempo di scadenza della rata, equivale al pagamento dell'intera quota interessi (che ne è il suo montante) al tempo finale.*



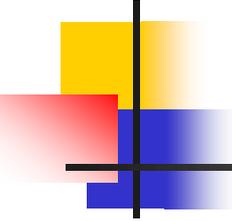
# *Piano di ammortamento in CC e CS*

## *Metodo ricorsivo - Confronto*

---

*Sostanzialmente in entrambi i regimi finanziari (CC e CS) le quote interessi si calcolano, effettuando il **prodotto** tra il **debito residuo** relativo al termine del periodo precedente e il **tasso di interesse periodale**, la differenza risiede nel tempo di loro pagamento:*

- nel regime **CC** il pagamento di ciascuna quota interessi deve essere effettuato contestuale al suo calcolo, in corrispondenza temporale alla scadenza di ciascuna rata,*
- nel regime **CS** il pagamento delle varie quote interessi dovrebbe essere, al contrario, effettuato al tempo finale dell'operazione finanziaria, oppure, in corrispondenza alla scadenza di ciascuna rata, in termini finanziariamente equivalenti, effettuando la giusta attualizzazione (ovviamente, nel regime CS): è questo il motivo della presenza del **fattore di attualizzazione** nella formula della quota interesse nell'ammortamento stilato nel **regime CS***



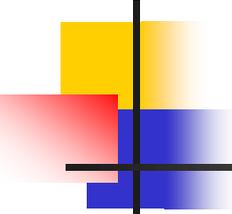
## *Sentenze ..... Risposta al quesito*

---

*Se il rapporto tra ciascuna quota interessi e il precedente debito residuo risulta pari al tasso periodale del piano di ammortamento, allora tali quote interessi risultano essere state calcolate secondo il regime finanziario della capitalizzazione composta*

*se il rapporto tra ciascuna quota interessi e il precedente debito residuo risulta pari al tasso periodale del piano di ammortamento, moltiplicato per il fattore di attualizzazione in CS, allora le quote interessi risultano essere state calcolate secondo il regime finanziario della capitalizzazione semplice*

$$\frac{I_k}{D_{k-1}} = i \quad \frac{I_k^{CS}}{D_{k-1}^{CS}} = \frac{i}{1 + i(n - k)} \Rightarrow i = \frac{I_k^{CS}}{D_{k-1}^{CS} - I_k^{CS}(n - k)}$$



# *Sentenze ..... Spiegazione\_1*

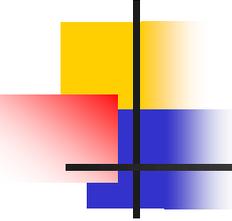
*Il motivo della congettura presente nelle sentenze presumibilmente deriva dal fatto che la formula  $I_k = i D_{k-1}$*

- ricorda, con riguardo al caso  $t = 1$ , più facilmente la formula  $I = Cit$  (in **CS**), piuttosto che la formula  $I = C((1+i)^{t-1})$  (in **CC**), anche se esse, nel caso particolare  $t = 1$  coincidono, essendo pari a  $I = Ci$*

*Il **soggetto decisore**, supponendo la sua non conoscenza della formula (con **attualizzazione**) relativa al regime **CS**, sarà portato naturalmente, anche per **piani di ammortamento** stilati in **CC**, ad optare per la congettura che le **quote interessi** siano calcolate in **CS**. Egli non sarebbe caduto in questo secondo errore, se avesse considerato il caso di ampiezze di intervalli tra due scadenze non unitarie, rispetto al tasso periodale, nel quale caso risulta*

$$I_k = ((1 + i)^{t_k - t_{k-1}} - 1) D_{k-1}$$

$$I_k^{CS} = i(t_k - t_{k-1}) D_{k-1}^{CS}$$

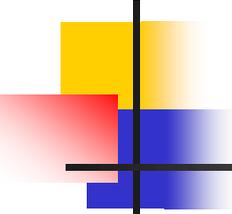


## *Sentenze ..... Spiegazione\_2*

---

- *riguarda il calcolo della quota interessi, senza specificare dell'epoca nella quale il pagamento di tale quota deve essere effettuato.*

*Il **soggetto decisore**, nell'evidenziare che la quota interessi si ottiene dal prodotto del debito residuo precedente per il tasso di interesse periodale, non considerando l'ulteriore parametro del problema e cioè l'epoca prevista di pagamento degli interessi (in CC: stessa data di calcolo degli interessi, in CS: tempo finale dell'operazione finanziaria), sarà portato a **congetturare la tesi: «la quota interessi è calcolata in CS»**, pur in **carenza** della necessaria **ipotesi** che l'avrebbe matematicamente sostenuta. Il soggetto decisore avrebbe dovuto constatare la mancanza di ipotesi per la determinazione del regime, salvo poi a convenire per la **CC**, essendo tale il regime finanziario adottato per la determinazione della rata (non potendosi accettare la contemporanea presenza di due diversi regimi finanziari nella verifica dell'equilibrio di un'unica operazione finanziaria)*



# *Piano di ammortamento in CS*

## *Metodo ricorsivo (Esempi)*

---

*Al fine di mostrare la duttilità dell'algoritmo di calcolo, di seguito vengono presentati, partendo dal piano indicato in precedenza, alcuni esempi di piani di ammortamento in CS:*

- 1. pagamento di **5 rate** pari alla rata fissata in CC e successivo pagamento di 15 rate ridotte, rispetto alla rata fissata in CS*
  - 2. pagamento di **10 rate** pari alla rata fissata in CC e successivo pagamento di 10 rate ridotte, rispetto alla rata fissata in CS*
  - 3. pagamento di **15 rate** pari alla rata fissata in CC e successivo pagamento di 5 rate ridotte, rispetto alla rata fissata in CS*
  - 4. pagamento di rate pari alla rata fissata in CC e successivo pagamento di una rata di **conguaglio***
- #. pagamento di rate definite in modo che il loro valore attuale in CS risulti pari al debito iniziale (la mancata chiusura del piano dipende dalla diversa scelta dell'epoca di verifica dell'equità)*

# *Piano di ammortamento in CS (1)*

## *Metodo ricorsivo (durata 5+15)*

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>	<i>Int globali</i>	<i>Coeff Attua</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>		
<i>1</i>	<i>8024.26</i>	<i>2564.10</i>	<i>5460.16</i>	<i>94539.84</i>	<i>5000.00</i>	<i>0.512821</i>
<i>2</i>	<i>8024.26</i>	<i>2487.89</i>	<i>5536.37</i>	<i>89003.48</i>	<i>4726.99</i>	<i>0.526316</i>
<i>3</i>	<i>8024.26</i>	<i>2405.50</i>	<i>5618.76</i>	<i>83384.72</i>	<i>4450.17</i>	<i>0.540541</i>
<i>4</i>	<i>8024.26</i>	<i>2316.24</i>	<i>5708.02</i>	<i>77676.70</i>	<i>4169.24</i>	<i>0.555556</i>
<i>5</i>	<i>8024.26</i>	<i>2219.33</i>	<i>5804.92</i>	<i>71871.78</i>	<i>3883.83</i>	<i>0.571429</i>
<i>6</i>	<i>6211.14</i>	<i>2113.88</i>	<i>4097.27</i>	<i>67774.51</i>	<i>3593.59</i>	<i>0.588235</i>
<i>7</i>	<i>6211.14</i>	<i>2053.77</i>	<i>4157.37</i>	<i>63617.14</i>	<i>3388.73</i>	<i>0.606061</i>
<i>8</i>	<i>6211.14</i>	<i>1988.04</i>	<i>4223.11</i>	<i>59394.04</i>	<i>3180.86</i>	<i>0.625000</i>
<i>9</i>	<i>6211.14</i>	<i>1915.94</i>	<i>4295.20</i>	<i>55098.83</i>	<i>2969.70</i>	<i>0.645161</i>
<i>10</i>	<i>6211.14</i>	<i>1836.63</i>	<i>4374.51</i>	<i>50724.32</i>	<i>2754.94</i>	<i>0.666667</i>
<i>11</i>	<i>6211.14</i>	<i>1749.11</i>	<i>4462.03</i>	<i>46262.29</i>	<i>2536.22</i>	<i>0.689655</i>
<i>12</i>	<i>6211.14</i>	<i>1652.22</i>	<i>4558.92</i>	<i>41703.38</i>	<i>2313.11</i>	<i>0.714286</i>
<i>13</i>	<i>6211.14</i>	<i>1544.57</i>	<i>4666.57</i>	<i>37036.80</i>	<i>2085.17</i>	<i>0.740741</i>
<i>14</i>	<i>6211.14</i>	<i>1424.49</i>	<i>4786.65</i>	<i>32250.16</i>	<i>1851.84</i>	<i>0.769231</i>
<i>15</i>	<i>6211.14</i>	<i>1290.01</i>	<i>4921.13</i>	<i>27329.02</i>	<i>1612.51</i>	<i>0.800000</i>
<i>16</i>	<i>6211.14</i>	<i>1138.71</i>	<i>5072.43</i>	<i>22256.59</i>	<i>1366.45</i>	<i>0.833333</i>
<i>17</i>	<i>6211.14</i>	<i>967.68</i>	<i>5243.46</i>	<i>17013.13</i>	<i>1112.83</i>	<i>0.869565</i>
<i>18</i>	<i>6211.14</i>	<i>773.32</i>	<i>5437.82</i>	<i>11575.31</i>	<i>850.66</i>	<i>0.909091</i>
<i>19</i>	<i>6211.14</i>	<i>551.21</i>	<i>5659.94</i>	<i>5915.37</i>	<i>578.77</i>	<i>0.952381</i>
<i>20</i>	<i>6211.14</i>	<i>295.77</i>	<i>5915.37</i>	<i>0.00</i>	<i>295.77</i>	<i>1.000000</i>
<i>Tot</i>	<i>133288.41</i>	<i>33288.41</i>	<i>100000.00</i>		<i>52721.37</i>	
<i>V.A.</i>	<i>100000.00</i>	<i>26360.68</i>	<i>73639.32</i>		<i>42851.66</i>	
<i>Mont</i>	<i>200000.00</i>	<i>52721.37</i>	<i>147278.63</i>		<i>85703.33</i>	

# *Piano di ammortamento in CS (2)*

## *Metodo ricorsivo (durata 10+10)*

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>	<i>Int globali</i>	<i>Coeff Attua</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>		
<i>1</i>	<i>8024.26</i>	<i>2564.10</i>	<i>5460.16</i>	<i>94539.84</i>	<i>5000.00</i>	<i>0.512821</i>
<i>2</i>	<i>8024.26</i>	<i>2487.89</i>	<i>5536.37</i>	<i>89003.48</i>	<i>4726.99</i>	<i>0.526316</i>
<i>3</i>	<i>8024.26</i>	<i>2405.50</i>	<i>5618.76</i>	<i>83384.72</i>	<i>4450.17</i>	<i>0.540541</i>
<i>4</i>	<i>8024.26</i>	<i>2316.24</i>	<i>5708.02</i>	<i>77676.70</i>	<i>4169.24</i>	<i>0.555556</i>
<i>5</i>	<i>8024.26</i>	<i>2219.33</i>	<i>5804.92</i>	<i>71871.78</i>	<i>3883.83</i>	<i>0.571429</i>
<i>6</i>	<i>8024.26</i>	<i>2113.88</i>	<i>5910.38</i>	<i>65961.39</i>	<i>3593.59</i>	<i>0.588235</i>
<i>7</i>	<i>8024.26</i>	<i>1998.83</i>	<i>6025.43</i>	<i>59935.96</i>	<i>3298.07</i>	<i>0.606061</i>
<i>8</i>	<i>8024.26</i>	<i>1873.00</i>	<i>6151.26</i>	<i>53784.70</i>	<i>2996.80</i>	<i>0.625000</i>
<i>9</i>	<i>8024.26</i>	<i>1734.99</i>	<i>6289.27</i>	<i>47495.44</i>	<i>2689.24</i>	<i>0.645161</i>
<i>10</i>	<i>8024.26</i>	<i>1583.18</i>	<i>6441.08</i>	<i>41054.36</i>	<i>2374.77</i>	<i>0.666667</i>
<i>11</i>	<i>5027.06</i>	<i>1415.67</i>	<i>3611.40</i>	<i>37442.96</i>	<i>2052.72</i>	<i>0.689655</i>
<i>12</i>	<i>5027.06</i>	<i>1337.25</i>	<i>3689.82</i>	<i>33753.15</i>	<i>1872.15</i>	<i>0.714286</i>
<i>13</i>	<i>5027.06</i>	<i>1250.12</i>	<i>3776.95</i>	<i>29976.20</i>	<i>1687.66</i>	<i>0.740741</i>
<i>14</i>	<i>5027.06</i>	<i>1152.93</i>	<i>3874.13</i>	<i>26102.06</i>	<i>1498.81</i>	<i>0.769231</i>
<i>15</i>	<i>5027.06</i>	<i>1044.08</i>	<i>3982.98</i>	<i>22119.08</i>	<i>1305.10</i>	<i>0.800000</i>
<i>16</i>	<i>5027.06</i>	<i>921.63</i>	<i>4105.44</i>	<i>18013.65</i>	<i>1105.95</i>	<i>0.833333</i>
<i>17</i>	<i>5027.06</i>	<i>783.20</i>	<i>4243.86</i>	<i>13769.78</i>	<i>900.68</i>	<i>0.869565</i>
<i>18</i>	<i>5027.06</i>	<i>625.90</i>	<i>4401.16</i>	<i>9368.62</i>	<i>688.49</i>	<i>0.909091</i>
<i>19</i>	<i>5027.06</i>	<i>446.12</i>	<i>4580.94</i>	<i>4787.68</i>	<i>468.43</i>	<i>0.952381</i>
<i>20</i>	<i>5027.06</i>	<i>239.38</i>	<i>4787.68</i>	<i>0.00</i>	<i>239.38</i>	<i>1.000000</i>
<i>Tot</i>	<i>130513.23</i>	<i>30513.23</i>	<i>100000.00</i>		<i>49002.08</i>	
<i>V.A.</i>	<i>100000.00</i>	<i>24501.04</i>	<i>75498.96</i>		<i>40324.41</i>	
<i>Mont</i>	<i>200000.00</i>	<i>49002.08</i>	<i>150997.92</i>		<i>80648.83</i>	

# *Piano di ammortamento in CS (3)*

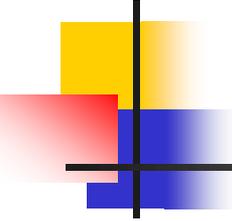
## *Metodo ricorsivo (durata 15+5)*

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>	<i>Int globali</i>	<i>Coeff Attua</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>		
<i>1</i>	<i>8024.26</i>	<i>2564.10</i>	<i>5460.16</i>	<i>94539.84</i>	<i>5000.00</i>	<i>0.512821</i>
<i>2</i>	<i>8024.26</i>	<i>2487.89</i>	<i>5536.37</i>	<i>89003.48</i>	<i>4726.99</i>	<i>0.526316</i>
<i>3</i>	<i>8024.26</i>	<i>2405.50</i>	<i>5618.76</i>	<i>83384.72</i>	<i>4450.17</i>	<i>0.540541</i>
<i>4</i>	<i>8024.26</i>	<i>2316.24</i>	<i>5708.02</i>	<i>77676.70</i>	<i>4169.24</i>	<i>0.555556</i>
<i>5</i>	<i>8024.26</i>	<i>2219.33</i>	<i>5804.92</i>	<i>71871.78</i>	<i>3883.83</i>	<i>0.571429</i>
<i>6</i>	<i>8024.26</i>	<i>2113.88</i>	<i>5910.38</i>	<i>65961.39</i>	<i>3593.59</i>	<i>0.588235</i>
<i>7</i>	<i>8024.26</i>	<i>1998.83</i>	<i>6025.43</i>	<i>59935.96</i>	<i>3298.07</i>	<i>0.606061</i>
<i>8</i>	<i>8024.26</i>	<i>1873.00</i>	<i>6151.26</i>	<i>53784.70</i>	<i>2996.80</i>	<i>0.625000</i>
<i>9</i>	<i>8024.26</i>	<i>1734.99</i>	<i>6289.27</i>	<i>47495.44</i>	<i>2689.24</i>	<i>0.645161</i>
<i>10</i>	<i>8024.26</i>	<i>1583.18</i>	<i>6441.08</i>	<i>41054.36</i>	<i>2374.77</i>	<i>0.666667</i>
<i>11</i>	<i>8024.26</i>	<i>1415.67</i>	<i>6608.59</i>	<i>34445.77</i>	<i>2052.72</i>	<i>0.689655</i>
<i>12</i>	<i>8024.26</i>	<i>1230.21</i>	<i>6794.05</i>	<i>27651.71</i>	<i>1722.29</i>	<i>0.714286</i>
<i>13</i>	<i>8024.26</i>	<i>1024.14</i>	<i>7000.12</i>	<i>20651.59</i>	<i>1382.59</i>	<i>0.740741</i>
<i>14</i>	<i>8024.26</i>	<i>794.29</i>	<i>7229.97</i>	<i>13421.63</i>	<i>1032.58</i>	<i>0.769231</i>
<i>15</i>	<i>8024.26</i>	<i>536.87</i>	<i>7487.39</i>	<i>5934.23</i>	<i>671.08</i>	<i>0.800000</i>
<i>16</i>	<i>1348.69</i>	<i>247.26</i>	<i>1101.43</i>	<i>4832.80</i>	<i>296.71</i>	<i>0.833333</i>
<i>17</i>	<i>1348.69</i>	<i>210.12</i>	<i>1138.57</i>	<i>3694.24</i>	<i>241.64</i>	<i>0.869565</i>
<i>18</i>	<i>1348.69</i>	<i>167.92</i>	<i>1180.77</i>	<i>2513.47</i>	<i>184.71</i>	<i>0.909091</i>
<i>19</i>	<i>1348.69</i>	<i>119.69</i>	<i>1229.00</i>	<i>1284.47</i>	<i>125.67</i>	<i>0.952381</i>
<i>20</i>	<i>1348.69</i>	<i>64.22</i>	<i>1284.47</i>	<i>0.00</i>	<i>64.22</i>	<i>1.000000</i>
<i>Tot</i>	<i>127107.33</i>	<i>27107.33</i>	<i>100000.00</i>		<i>44956.91</i>	
<i>V.A.</i>	<i>100000.00</i>	<i>22478.46</i>	<i>77521.54</i>		<i>37905.18</i>	
<i>Mont</i>	<i>200000.00</i>	<i>44956.91</i>	<i>155043.09</i>		<i>75810.35</i>	

# *Piano di ammortamento in CS (4)*

## *Metodo ricorsivo (durata ridotta)*

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>	<i>Int globali</i>	<i>Coeff Attua</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>		
<i>1</i>	<i>8024.26</i>	<i>2564.10</i>	<i>5460.16</i>	<i>94539.84</i>	<i>5000.00</i>	<i>0.512821</i>
<i>2</i>	<i>8024.26</i>	<i>2487.89</i>	<i>5536.37</i>	<i>89003.48</i>	<i>4726.99</i>	<i>0.526316</i>
<i>3</i>	<i>8024.26</i>	<i>2405.50</i>	<i>5618.76</i>	<i>83384.72</i>	<i>4450.17</i>	<i>0.540541</i>
<i>4</i>	<i>8024.26</i>	<i>2316.24</i>	<i>5708.02</i>	<i>77676.70</i>	<i>4169.24</i>	<i>0.555556</i>
<i>5</i>	<i>8024.26</i>	<i>2219.33</i>	<i>5804.92</i>	<i>71871.78</i>	<i>3883.83</i>	<i>0.571429</i>
<i>6</i>	<i>8024.26</i>	<i>2113.88</i>	<i>5910.38</i>	<i>65961.39</i>	<i>3593.59</i>	<i>0.588235</i>
<i>7</i>	<i>8024.26</i>	<i>1998.83</i>	<i>6025.43</i>	<i>59935.96</i>	<i>3298.07</i>	<i>0.606061</i>
<i>8</i>	<i>8024.26</i>	<i>1873.00</i>	<i>6151.26</i>	<i>53784.70</i>	<i>2996.80</i>	<i>0.625000</i>
<i>9</i>	<i>8024.26</i>	<i>1734.99</i>	<i>6289.27</i>	<i>47495.44</i>	<i>2689.24</i>	<i>0.645161</i>
<i>10</i>	<i>8024.26</i>	<i>1583.18</i>	<i>6441.08</i>	<i>41054.36</i>	<i>2374.77</i>	<i>0.666667</i>
<i>11</i>	<i>8024.26</i>	<i>1415.67</i>	<i>6608.59</i>	<i>34445.77</i>	<i>2052.72</i>	<i>0.689655</i>
<i>12</i>	<i>8024.26</i>	<i>1230.21</i>	<i>6794.05</i>	<i>27651.71</i>	<i>1722.29</i>	<i>0.714286</i>
<i>13</i>	<i>8024.26</i>	<i>1024.14</i>	<i>7000.12</i>	<i>20651.59</i>	<i>1382.59</i>	<i>0.740741</i>
<i>14</i>	<i>8024.26</i>	<i>794.29</i>	<i>7229.97</i>	<i>13421.63</i>	<i>1032.58</i>	<i>0.769231</i>
<i>15</i>	<i>8024.26</i>	<i>536.87</i>	<i>7487.39</i>	<i>5934.23</i>	<i>671.08</i>	<i>0.800000</i>
<i>16</i>	<i>6181.49</i>	<i>247.26</i>	<i>5934.23</i>	<i>0.00</i>	<i>296.71</i>	<i>0.833333</i>
<i>17</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.869565</i>
<i>18</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.909091</i>
<i>19</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.952381</i>
<i>20</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>1.000000</i>
<i>Tot</i>	<i>126545.37</i>	<i>26545.37</i>	<i>100000.00</i>		<i>44340.66</i>	
<i>V.A.</i>	<i>100000.00</i>	<i>22170.33</i>	<i>77829.67</i>		<i>37566.55</i>	
<i>Mont</i>	<i>200000.00</i>	<i>44340.66</i>	<i>155659.34</i>		<i>75133.10</i>	



# *Piano di ammortamento in CS*

## *Metodo ricorsivo (con Rata CC)*

*Volendo calcolare quale tasso d'interesse consente di stilare il **piano in CS**, considerando come rata di ammortamento quella definita per la stesura del piano **in CC** (calcolando in altri termini, il **tasso interno in CS** dell'operazione calcolata in CC) è sufficiente risolvere la seguente equazione nell'incognita  $i_1$*

$$D_0 = Ra_{\frac{n}{i_1}}^{cs(n)} \Rightarrow D_0 r_{\frac{n}{i_1}}^{cs} = Rs_{\frac{n}{i_1}}^{cs} \Rightarrow D_0 (1 + i_1 n) = Rn \left( 1 + i_1 \frac{n-1}{2} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_1 n \left( D_0 - R \frac{n-1}{2} \right) = Rn - D_0 \Rightarrow i_1 = \frac{R - \frac{D_0}{n}}{D_0 - R \frac{n-1}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_1 = \frac{8024.26 - 5000}{100000 - 8024.26 \cdot 9.5} = 12.723252\%$$

# *Piano di ammortamento in CS*

## *Metodo ricorsivo (Rata CC, $i=12,723\%$ )*

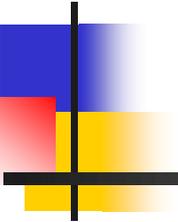
<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Interessi</i>	<i>Capitale</i>	<i>Residuo</i>	<i>Int globali</i>	<i>Coeff Attua</i>
<i>0</i>				<i>100000.00</i>		
<i>1</i>	<i>8024.26</i>	<i>3723.06</i>	<i>4301.20</i>	<i>95698.80</i>	<i>12723.25</i>	<i>0.292619</i>
<i>2</i>	<i>8024.26</i>	<i>3700.70</i>	<i>4323.56</i>	<i>91375.25</i>	<i>12176.00</i>	<i>0.303934</i>
<i>3</i>	<i>8024.26</i>	<i>3675.65</i>	<i>4348.61</i>	<i>87026.64</i>	<i>11625.90</i>	<i>0.316160</i>
<i>4</i>	<i>8024.26</i>	<i>3647.44</i>	<i>4376.82</i>	<i>82649.82</i>	<i>11072.62</i>	<i>0.329411</i>
<i>5</i>	<i>8024.26</i>	<i>3615.54</i>	<i>4408.72</i>	<i>78241.10</i>	<i>10515.74</i>	<i>0.343821</i>
<i>6</i>	<i>8024.26</i>	<i>3579.25</i>	<i>4445.01</i>	<i>73796.09</i>	<i>9954.81</i>	<i>0.359550</i>
<i>7</i>	<i>8024.26</i>	<i>3537.75</i>	<i>4486.51</i>	<i>69309.58</i>	<i>9389.26</i>	<i>0.376787</i>
<i>8</i>	<i>8024.26</i>	<i>3489.97</i>	<i>4534.28</i>	<i>64775.30</i>	<i>8818.43</i>	<i>0.395759</i>
<i>9</i>	<i>8024.26</i>	<i>3434.60</i>	<i>4589.66</i>	<i>60185.64</i>	<i>8241.52</i>	<i>0.416743</i>
<i>10</i>	<i>8024.26</i>	<i>3369.93</i>	<i>4654.33</i>	<i>55531.31</i>	<i>7657.57</i>	<i>0.440078</i>
<i>11</i>	<i>8024.26</i>	<i>3293.74</i>	<i>4730.51</i>	<i>50800.79</i>	<i>7065.39</i>	<i>0.466180</i>
<i>12</i>	<i>8024.26</i>	<i>3203.15</i>	<i>4821.11</i>	<i>45979.69</i>	<i>6463.51</i>	<i>0.495574</i>
<i>13</i>	<i>8024.26</i>	<i>3094.27</i>	<i>4929.99</i>	<i>41049.70</i>	<i>5850.11</i>	<i>0.528925</i>
<i>14</i>	<i>8024.26</i>	<i>2961.82</i>	<i>5062.44</i>	<i>35987.26</i>	<i>5222.86</i>	<i>0.567088</i>
<i>15</i>	<i>8024.26</i>	<i>2798.47</i>	<i>5225.79</i>	<i>30761.47</i>	<i>4578.75</i>	<i>0.611186</i>
<i>16</i>	<i>8024.26</i>	<i>2593.80</i>	<i>5430.46</i>	<i>25331.00</i>	<i>3913.86</i>	<i>0.662721</i>
<i>17</i>	<i>8024.26</i>	<i>2332.59</i>	<i>5691.67</i>	<i>19639.33</i>	<i>3222.93</i>	<i>0.723747</i>
<i>18</i>	<i>8024.26</i>	<i>1991.89</i>	<i>6032.36</i>	<i>13606.97</i>	<i>2498.76</i>	<i>0.797153</i>
<i>19</i>	<i>8024.26</i>	<i>1535.84</i>	<i>6488.42</i>	<i>7118.55</i>	<i>1731.25</i>	<i>0.887128</i>
<i>20</i>	<i>8024.26</i>	<i>905.71</i>	<i>7118.55</i>	<i>0.00</i>	<i>905.71</i>	<i>1.000000</i>
<i>Tot</i>	<i>160485.17</i>	<i>60485.17</i>	<i>100000.00</i>		<i>143628.24</i>	
<i>V.A.</i>	<i>100000.00</i>	<i>40519.72</i>	<i>59480.28</i>		<i>104069.06</i>	
<i>Mont</i>	<i>354465.04</i>	<i>143628.24</i>	<i>210836.79</i>		<i>368888.44</i>	

# *Piano di ammortamento in CC e CS “all’italiana” e “alla francese”*

*Il piano di ammortamento in CS può essere stilato anche nel caso di diverse metodologie di ammortamento (esempio “all’italiana”)*

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Inter</i>	<i>Capit</i>	<i>Residuo</i>	<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Inter</i>	<i>Capit</i>	<i>Residuo</i>	<i>Inter</i>	<i>Coeff</i>
<i>0</i>				<i>1000.00</i>	<i>0</i>				<i>1000.00</i>		
<i>1</i>	<i>350.00</i>	<i>100.00</i>	<i>250.00</i>	<i>750.00</i>	<i>1</i>	<i>326.92</i>	<i>76.92</i>	<i>250.00</i>	<i>750.00</i>	<i>100.00</i>	<i>0.769231</i>
<i>2</i>	<i>325.00</i>	<i>75.00</i>	<i>250.00</i>	<i>500.00</i>	<i>2</i>	<i>312.50</i>	<i>62.50</i>	<i>250.00</i>	<i>500.00</i>	<i>75.00</i>	<i>0.833333</i>
<i>3</i>	<i>300.00</i>	<i>50.00</i>	<i>250.00</i>	<i>250.00</i>	<i>3</i>	<i>295.45</i>	<i>45.45</i>	<i>250.00</i>	<i>250.00</i>	<i>50.00</i>	<i>0.909091</i>
<i>4</i>	<i>275.00</i>	<i>25.00</i>	<i>250.00</i>	<i>0.00</i>	<i>4</i>	<i>275.00</i>	<i>25.00</i>	<i>250.00</i>	<i>0.00</i>	<i>25.00</i>	<i>1.000000</i>
<i>Tot</i>	<i>1250.00</i>	<i>250.00</i>	<i>1000.00</i>		<i>Tot</i>	<i>1209.88</i>	<i>209.88</i>	<i>1000.00</i>		<i>250.00</i>	
<i>V.A.</i>	<i>1000.00</i>	<i>207.53</i>	<i>792.47</i>		<i>V.A.</i>	<i>1000.00</i>	<i>178.57</i>	<i>821.43</i>		<i>214.29</i>	
<i>Mont</i>	<i>1464.10</i>	<i>303.85</i>	<i>1160.25</i>		<i>Mont</i>	<i>1400.00</i>	<i>250.00</i>	<i>1150.00</i>		<i>300.00</i>	

<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Inter</i>	<i>Capit</i>	<i>Residuo</i>	<i>Tempi</i>	<i>Rata</i>	<i>Inter</i>	<i>Capit</i>	<i>Residuo</i>	<i>Inter</i>	<i>Coeff</i>
<i>0</i>				<i>1000.00</i>	<i>0</i>				<i>1000.00</i>		
<i>1</i>	<i>315.47</i>	<i>100.00</i>	<i>215.47</i>	<i>784.53</i>	<i>1</i>	<i>304.35</i>	<i>76.92</i>	<i>227.42</i>	<i>772.58</i>	<i>100.00</i>	<i>0.769231</i>
<i>2</i>	<i>315.47</i>	<i>78.45</i>	<i>237.02</i>	<i>547.51</i>	<i>2</i>	<i>304.35</i>	<i>64.38</i>	<i>239.97</i>	<i>532.61</i>	<i>77.26</i>	<i>0.833333</i>
<i>3</i>	<i>315.47</i>	<i>54.75</i>	<i>260.72</i>	<i>286.79</i>	<i>3</i>	<i>304.35</i>	<i>48.42</i>	<i>255.93</i>	<i>276.68</i>	<i>53.26</i>	<i>0.909091</i>
<i>4</i>	<i>315.47</i>	<i>28.68</i>	<i>286.79</i>	<i>0.00</i>	<i>4</i>	<i>304.35</i>	<i>27.67</i>	<i>276.68</i>	<i>0.00</i>	<i>27.67</i>	<i>1.000000</i>
<i>Tot</i>	<i>1261.88</i>	<i>261.88</i>	<i>1000.00</i>		<i>Tot</i>	<i>1217.39</i>	<i>217.39</i>	<i>1000.00</i>		<i>258.19</i>	
<i>V.A.</i>	<i>1000.00</i>	<i>216.47</i>	<i>783.53</i>		<i>V.A.</i>	<i>1000.00</i>	<i>184.42</i>	<i>815.58</i>		<i>220.69</i>	
<i>Mont</i>	<i>1464.10</i>	<i>316.93</i>	<i>1147.17</i>		<i>Mont</i>	<i>1400.00</i>	<i>258.19</i>	<i>1141.81</i>		<i>308.96</i>	



# *Ammortamento di mutui nel regime finanziario della capitalizzazione semplice*

*L'onere implicito relativo al differenziale tra regimi finanziari: capitalizzazione composta <#> semplice*

*Antonio Annibali  
Università "La Sapienza"*

*Carla Barracchini  
Università de "L'Aquila"*

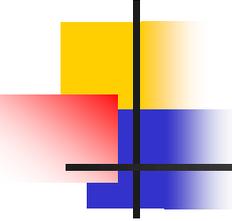
*Alessandro Annibali  
[www.attuariale.eu](http://www.attuariale.eu)*

*Francesco Olivieri  
Tribunale di Roma*

# *Onere implicito e TEG conseguente Piani di ammortamento in CC e CS (i=5%)*

	<i>Rata CC</i>	<i>Int</i>	<i>Cap</i>	<i>Deb</i>
0				100000.00
1	8024.26	5000.00	3024.26	96975.74
2	8024.26	4848.79	3175.47	93800.27
3	8024.26	4690.01	3334.25	90466.02
4	8024.26	4523.30	3500.96	86965.07
5	8024.26	4348.25	3676.01	83289.06
6	8024.26	4164.45	3859.81	79429.26
7	8024.26	3971.46	4052.80	75376.46
8	8024.26	3768.82	4255.44	71121.02
9	8024.26	3556.05	4468.21	66652.82
10	8024.26	3332.64	4691.62	61961.20
11	8024.26	3098.06	4926.20	57035.00
12	8024.26	2851.75	5172.51	51862.49
13	8024.26	2593.12	5431.13	46431.36
14	8024.26	2321.57	5702.69	40728.67
15	8024.26	2036.43	5987.83	34740.84
16	8024.26	1737.04	6287.22	28453.62
17	8024.26	1422.68	6601.58	21852.05
18	8024.26	1092.60	6931.66	14920.39
19	8024.26	746.02	7278.24	7642.15
20	8024.26	382.11	7642.15	0.00

	<i>Rata CS</i>	<i>Int</i>	<i>Cap</i>	<i>Deb</i>
0				100000.00
1	6779.66	2564.10	4215.56	95784.44
2	6779.66	2520.64	4259.02	91525.42
3	6779.66	2473.66	4306.00	87219.42
4	6779.66	2422.76	4356.90	82862.52
5	6779.66	2367.50	4412.16	78450.36
6	6779.66	2307.36	4472.30	73978.07
7	6779.66	2241.76	4537.90	69440.16
8	6779.66	2170.01	4609.66	64830.51
9	6779.66	2091.31	4688.35	60142.15
10	6779.66	2004.74	4774.92	55367.23
11	6779.66	1909.21	4870.45	50496.79
12	6779.66	1803.46	4976.20	45520.58
13	6779.66	1685.95	5093.71	40426.87
14	6779.66	1554.88	5224.78	35202.09
15	6779.66	1408.08	5371.58	29830.51
16	6779.66	1242.94	5536.72	24293.79
17	6779.66	1056.25	5723.41	18570.38
18	6779.66	844.11	5935.55	12634.82
19	6779.66	601.66	6178.00	6456.82
20	6779.66	322.84	6456.82	0.00



# **Onere implicito e TEG conseguente**

## **TEG in capitalizzazione semplice**

La formula sottoindicata rappresenta il **TIC** ( $i_1$ ) (**tasso interno di costo**, per il cliente) dell'operazione finanziaria, calcolato secondo gli algoritmi del regime finanziario della **capitalizzazione semplice** (con epoca di **equilibrio finale**), essendo  $D_0$  l'importo prestato,  $R$  la rata calcolata in CC,  $n$  la durata del processo di ammortamento

$$D_0 = R a_{\overline{n}|i_1}^{cs(n)} \Rightarrow i_1 = i_1(R) = \frac{R - \frac{D_0}{n}}{D_0 - R \frac{n-1}{2}} = 12.723252\%$$

Per motivi algebrici e finanziari, tale soluzione, che rappresenta il **TEG** in assenza di ulteriori spese, è caratterizzata da un intervallo di accettabilità della rata  $R$ , conseguente alla non negatività del numeratore e alla positività del denominatore

# *Onere implicito e TEG conseguente*

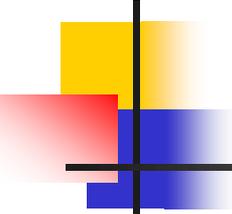
## *TEG in capitalizzazione semplice*

$$\begin{cases} R - \frac{D_0}{n} \geq 0 \Rightarrow R \geq \frac{D_0}{n} \\ D_0 - R \frac{n-1}{2} > 0 \Rightarrow R < \frac{2D_0}{n-1} \end{cases}$$

$$\frac{D_0}{n} \leq R < \frac{2D_0}{n-1}$$

5000 ≤ 8024.26 < 10526.32

*Per il valore della rata  $R$  pari a  $D_0/n$ , tale tasso risulta nullo, mentre per valori della rata  $R$  tendenti (da sinistra) a  $2D_0/(n-1)$ , detto tasso tende positivamente all'infinito.*



# *Onere implicito e TEG conseguente*

## *Onere in capitalizzazione semplice*

---

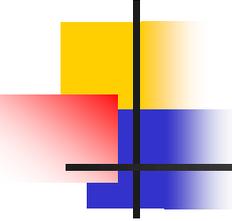
*Come evidenziato in precedenza, la formula*

$$D_0 = R a_{\overline{n}|i_1}^{cs(n)}$$

*definisce il **tasso interno di costo**  $i_1$ , in capitalizzazione semplice, con la possibilità di valutare anche **l'onere implicito**  $W_0$  relativo al differenziale di regime (**CC#CS**)*

$$D_0 = R \left( a_{\overline{n}|i_1}^{cs(n)} - a_{\overline{n}|i_1} + a_{\overline{n}|i_1} \right) \Rightarrow$$

$$D_0 - \underbrace{R \left( a_{\overline{n}|i_1}^{cs(n)} - a_{\overline{n}|i_1} \right)}_{W_0} = R a_{\overline{n}|i_1}$$



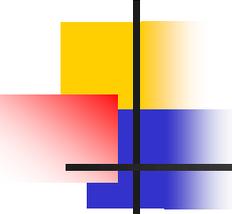
# *Onere implicito e TEG conseguente*

## *Formula del TEG della Banca d'Italia*

---

*Il ragionamento precedente riguarda il modello di calcolo del **tasso interno  $i_1$** , basato sull'adozione del regime finanziario della **capitalizzazione semplice** e quindi coerente con il regime finanziario della capitalizzazione semplice, ma non coerente con la formula proposta dalla Banca d'Italia.*

*Detta formula, presente nelle Istruzione della Banca d'Italia, fatta la doverosa **"bonifica"** degli errori algebrici in essa contenuti (cfr. Rivista "Le controversie bancarie" n. 1 - settembre 2017), risulta basata sull'adozione del regime finanziario della **capitalizzazione composta**, che quindi costituisce un **vincolo** nella costruzione del modello matematico di ricerca del tasso e di quantificazione dell'onere implicito.*



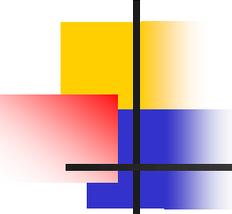
# *Onere implicito e TEG conseguente*

## *Formula del TEG della Banca d'Italia*

---

*Per poter tener conto della formula proposta dalla Banca d'Italia, e ottenere il **TIC** ( $i_2$ ) e la valutazione dell'onere implicito  $W_0$ , effettuando i calcoli secondo gli algoritmi del regime finanziario della **capitalizzazione composta** (cfr. Rivista "Le controversie bancarie" n. 25 - settembre 2019), è necessario modificare la sequenza del ragionamento precedente, calcolando dapprima l'onere implicito e successivamente il **TIC**, nella forma indicata dalla Banca d'Italia per il calcolo del TEG.*

*Come si vedrà in seguito dagli sviluppi teorici e dagli esempi collegati, dell'ammontare dell'onere implicito così calcolato si può dare un'**interpretazione finanziaria significativa**.*



# *Onere implicito e TEG conseguente*

## *Onere in capitalizzazione composta*

---

*Una volta calcolate le rate di ammortamento nel regime della capitalizzazione composta  $R$  e nel regime della capitalizzazione semplice  $R^{CS}$ , il procedimento da seguire è il seguente:*

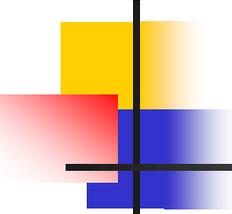
- calcolo dell'onere implicito relativo al **differenziale di regime (CC#CS)**, pari al **valore attuale, in capitalizzazione composta**, in base al tasso effettivo periodale contrattuale, della rendita, le cui rate costitutive sono date dalla **differenza** tra la rata in capitalizzazione composta e la rata in capitalizzazione semplice; tale onere implicito è anche ottenibile come differenza tra il debito iniziale e il valore attuale in capitalizzazione composta, in base al tasso effettivo periodale contrattuale, della rendita costituita dalle rate calcolate in capitalizzazione semplice*

# *Onere implicito e TEG conseguente*

## *Onere in capitalizzazione composta*

$$W_0 = (R - R^{cs})a_{\overline{n}|i} = D_0 - R^{cs}a_{\overline{n}|i}$$

$$\begin{aligned}
 W_0 &= \left( \underbrace{8024.26}_R - \underbrace{6779.66}_{R^{cs}} \right) \underbrace{12.46221}_{a_{\overline{20}|0.05}} = \\
 &= \underbrace{100000}_{D_0} - \underbrace{6779.66}_{R^{cs}} \cdot \underbrace{12.46221}_{a_{\overline{20}|0.05}} = 15510.44
 \end{aligned}$$



# *Onere implicito e TEG conseguente*

## *TEG in capitalizzazione composta*

---

- *calcolo del **TIC =  $i_2$** , secondo la formula proposta dalla Banca d'Italia, costruita in base ai principi del regime finanziario della **capitalizzazione composta**, sottraendo all'importo prestato  **$D_0$**  l'onere implicito  **$W_0$**  relativo al differenziale di regime (prima calcolato) e imponendo la conseguente uguaglianza, nella forma di equazione nell'incognita  **$i_2$***

$$D_0 - \underbrace{(R - R^{cs})a_{\overline{n}|i}}_{W_0} = D_0 - D_0 + R^{cs}a_{\overline{n}|i} = R^{cs}a_{\overline{n}|i}$$

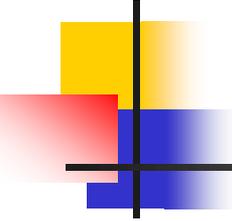
# *Onere implicito e TEG conseguente*

## *TEG in capitalizzazione composta*

$$R a_{\overline{n}|i_2} = R^{cs} a_{\overline{n}|i} \Rightarrow a_{\overline{n}|i_2} = \frac{R^{cs}}{R} a_{\overline{n}|i}$$

$$\underbrace{8024.26}_R \cdot a_{\overline{20}|i_2} = \overbrace{6779.66}^{84489.56} \cdot \underbrace{12.46221}_{a_{\overline{20}|0.05}} \Rightarrow$$

$$a_{\overline{20}|i_2} = \underbrace{10.529267}_{\frac{R^{cs}}{R} a_{\overline{20}|0.05}} \Rightarrow i_2 = 7.079012\%$$

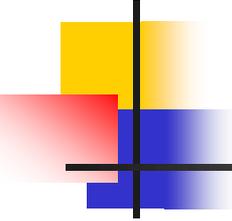


# *Onere implicito e TEG conseguente*

## *Relazione ricorrente dell'onere implicito*

---

- *interpretazione finanziaria significativa della partecipazione dell'onere implicito al processo di ammortamento del prestito: l'interpretazione consiste nella considerazione di tipo virtuale dell'accantonamento di un **fondo** (di importo pari all'onere implicito e costituito con parte del prestito concesso dalla Banca) dal quale **prelevare**, ad ogni pagamento di rata, la differenza in **eccesso** rispetto alla rata calcolata in CS, per poter pagare la rata richiesta dalla banca calcolata in CC. Tale accantonamento andrà ad estinguersi, fino al suo **azzeramento** alla chiusura del piano, secondo la relazione ricorsiva di seguito illustrata (essendo  $W_k$  l'ammontare dell'onere occulto residuo al tempo  $k$  e  $W_n = 0$ )*



# *Onere implicito e TEG conseguente*

## *Relazione ricorrente dell'onere implicito*

---

$$W_k = W_{k-1}(1 + i) - (R - R^{CS}) \quad k = 1, 2, \dots, n$$

$$W_k = W_{k-1} \cdot \underbrace{1.05}_{1+i} - \underbrace{1244.60}_{R-R^{CS}} \quad k = 1, 2, \dots, n$$

$$W_1 = \underbrace{15510.44}_{W_0} \cdot \underbrace{1.05}_{1+i} - \underbrace{1244.60}_{R-R^{CS}} = 15041.36$$

$$W_2 = \underbrace{15041.36}_{W_1} \cdot \underbrace{1.05}_{1+i} - \underbrace{1244.60}_{R-R^{CS}} = 14548.83$$

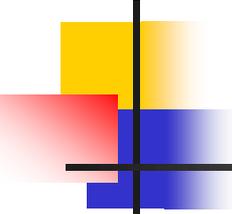
....

$$W_{20} = \underbrace{1185.33}_{W_{19}} \cdot \underbrace{1.05}_{1+i} - \underbrace{1244.60}_{R-R^{CS}} = 0$$

# Onere implicito e TEG conseguente

## Relazione ricorrente dell'onere implicito

Tot	a[n]i	Onere	TTEG	5.000000%	7.079012%		Rata CC	RataFondo	Int	Cap	Deb	Fondo	
24891.95	12.462210	15510.44	Netto	-100000.00	-84489.56	0					84489.56	15510.44	
1244.60	0.952381	1185.33		8024.26	8024.26	1	6779.66	1244.60	5981.03	2043.23	82446.33	15041.36	
1244.60	0.907029	1128.89		8024.26	8024.26	2	6779.66	1244.60	5836.39	2187.87	80258.46	14548.83	
1244.60	0.863838	1075.13		8024.26	8024.26	3	6779.66	1244.60	5681.51	2342.75	77915.70	14031.68	
1244.60	0.822702	1023.93		8024.26	8024.26	4	6779.66	1244.60	5515.66	2508.60	75407.11	13488.66	
1244.60	0.783526	975.17		8024.26	8024.26	5	6779.66	1244.60	5338.08	2686.18	72720.92	12918.50	
1244.60	0.746215	928.74		8024.26	8024.26	6	6779.66	1244.60	5147.92	2876.34	69844.59	12319.83	
1244.60	0.710681	884.51		8024.26	8024.26	7	6779.66	1244.60	4944.31	3079.95	66764.64	11691.22	
1244.60	0.676839	842.39		8024.26	8024.26	8	6779.66	1244.60	4726.28	3297.98	63466.65	11031.18	
1244.60	0.644609	802.28		8024.26	8024.26	9	6779.66	1244.60	4492.81	3531.45	59935.21	10338.14	
1244.60	0.613913	764.08		8024.26	8024.26	10	6779.66	1244.60	4242.82	3781.44	56153.77	9610.45	
1244.60	0.584679	727.69		8024.26	8024.26	11	6779.66	1244.60	3975.13	4049.13	52104.64	8846.38	
1244.60	0.556837	693.04		8024.26	8024.26	12	6779.66	1244.60	3688.49	4335.76	47768.88	8044.10	
1244.60	0.530321	660.04		8024.26	8024.26	13	6779.66	1244.60	3381.56	4642.69	43126.18	7201.71	
1244.60	0.505068	628.61		8024.26	8024.26	14	6779.66	1244.60	3052.91	4971.35	38154.83	6317.19	
1244.60	0.481017	598.67		8024.26	8024.26	15	6779.66	1244.60	2700.99	5323.27	32831.56	5388.46	
1244.60	0.458112	570.16		8024.26	8024.26	16	6779.66	1244.60	2324.15	5700.11	27131.45	4413.28	
1244.60	0.436297	543.01		8024.26	8024.26	17	6779.66	1244.60	1920.64	6103.62	21027.83	3389.35	
1244.60	0.415521	517.16		8024.26	8024.26	18	6779.66	1244.60	1488.56	6535.70	14492.13	2314.22	
1244.60	0.395734	492.53		8024.26	8024.26	19	6779.66	1244.60	1025.90	6998.36	7493.77	1185.33	
1244.60	0.376889	469.08		8024.26	8024.26	20	6779.66	1244.60	530.49	7493.77	0.00	0.00	
<b>Tasso_int</b>		<b>5.00%</b>					<b>Tasso_int</b>		<b>7.079012%</b>				



# *Onere implicito e TEG conseguente*

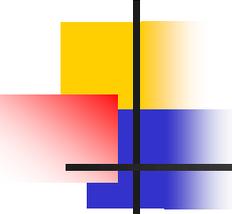
## *Considerazioni e risposte a osservazioni: 1*

---

*L'importo dell'onere implicito rappresenta l'ammortare che il mutuatario deve accantonare (stornandolo dall'importo prestato) per poter pagare l'importo delle **rate calcolate in CC**, gravandosi dell'importo delle dovute **rate (ridotte) calcolate in CS**.*

*La differenza tra le due rate va quindi periodicamente prelevata da tale **accantonamento**, il quale, **produttivo di interessi in CC** al tasso periodale, andrà in esaurimento esattamente al termine del rimborso del prestito.*

*E' evidente che, in un'ottica di **legittimità del regime CS**, la attuale realtà di mutui gestiti in CC, comporta un pagamento di **rate superiori** al dovuto (rata CS), che si estrinseca in un **tasso effettivo superiore** al pattuito.*



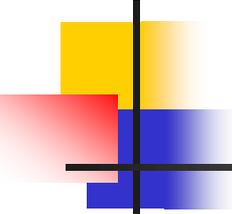
# *Onere implicito e TEG conseguente*

## *Considerazioni e risposte a osservazioni: 2*

---

*Il problema affrontato nel rispetto dei **principi base della Matematica Finanziaria**, è sostanzialmente il seguente:*

- quale è il **costo implicito** (misurato tramite il **TIC**) di un prestito, che dovrebbe essere estinto pagando la **rata\_CS** (al tasso contrattuale), per quale invece viene richiesto al mutuario il pagamento della **rata\_CC**? È evidente che il maggior onere (implicito) dovrà essere considerato, comportando un ovvio **ricalcolo del TIC**, che sarà necessariamente maggiore di quello contrattuale*
- il modo naturale sarebbe quello di calcolare quale **tasso interno in CS** caratterizzi l'operazione di prestito sopra indicata, ma tale modo di operare presupporrebbe l'uso di una formula analoga a quella indicata dalla Banca d'Italia, ma **costruita in CS** e quindi innovativa rispetto a quella tradizionale. Il modello da noi proposto supera, a nostro avviso, le problematiche sopra indicate, in quanto considera la **rata CS**, ma valuta l'**onere in CC** (rif. Banca d'Italia)*



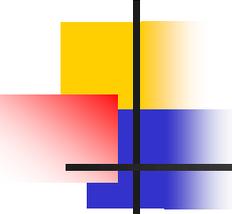
# ***Onere implicito e TEG conseguente***

## ***Considerazioni e risposte a osservazioni: 3***

---

*Negli ultimi tempi, in particolare a seguito della pubblicazione della **sentenza** del Tribunale Civile di Roma n. **2188 dell'8 febbraio 2021** relativa al riconoscimento della considerazione dell'**onere implicito** relativo al differenziale di regime finanziario nel calcolo del TEG di un ammortamento «alla francese» di un mutuo, taluni soggetti, in alcuni casi autodefinitisi **esperti e/o studiosi** della specifica materia (Matematica Finanziaria) hanno contestato l'introduzione di tale onere implicito nella formula del calcolo del citato TEG.*

*Tali **esperti**, adducendo come motivazione che gli **interessi su interessi precedente maturati** risultano già presenti nelle rate di ammortamento, calcolate in **capitalizzazione composta** e riportate nel piano di ammortamento allegato al contratto di mutuo predisposto dall'Istituto Bancario mutuante, hanno definito tale considerazione come **mera, erronea e ingiustificata duplicazione**.*



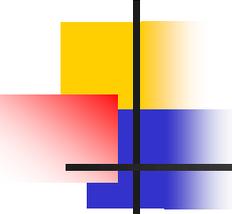
# *Onere implicito e TEG conseguente*

## *Considerazioni e risposte a osservazioni: 3*

---

*A nostro giudizio, tali **esperti**, con il loro ragionamento, vorrebbero arrivare alla dimostrazione (più precisamente all'argomentazione **congetturale**) della **tesi** della citata duplicazione, pur in **carenza della ipotesi** di base relativa alla specifica del regime finanziario adottato per la costruzione dell'intero piano di ammortamento.*

*Se il regime finanziario adottato risulta quello della **capitalizzazione composta**, è giusto che l'onere implicito (oggetto della disputa) sia **escluso** dalla considerazione, in quanto la presenza degli interessi su precedenti interessi **è accettata** ed è quindi logico che il TEG dell'operazione (in assenza di altri costi), coincida con il TAE (deducibile dal TAN contrattuale). In questo sottocaso (che non è però quello che ci interessa), detti **esperti** possono banalmente ribadire il loro pensiero, anche perché nel calcolo da loro proposto la rata e gli interessi relativi al regime della **capitalizzazione semplice** non sono presenti e non possono influenzare il TEG.*



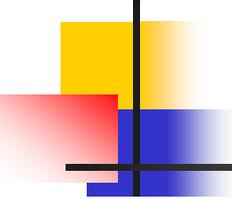
# *Onere implicito e TEG conseguente*

## *Considerazioni e risposte a osservazioni: 3*

---

*Diverso è il discorso relativo al caso in cui il regime finanziario **legittimo** è quello della **capitalizzazione semplice**: in questo caso la giusta rata da pagare, da parte del mutuatario, è quella calcolata appunto adottando il regime finanziario della capitalizzazione semplice, ma a fronte di questa considerazione, la Banca richiede comunque il pagamento della rata calcolata adottando il regime finanziario della capitalizzazione composta.*

*Se quindi il regime finanziario adottato è quello della **capitalizzazione semplice**, è giusto che l'onere implicito (oggetto della disputa) sia **incluso** dalla considerazione, in quanto la presenza degli interessi su precedenti interessi **non è accettabile** ed è quindi logico che il TEG dell'operazione (in assenza di altri costi), sia maggiore del TAE (deducibile dal TAN contrattuale). Questo sottocaso (che è quello che ci interessa), non è stato trattato dagli **esperti**, che si invitano pertanto a completare il loro studio, al momento, parziale.*



## *Sviluppi .....*

---

$$r_{\overline{n|i}} = (1+i)^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1}i + \binom{n}{2}i^2 + \binom{n}{3}i^3 + \dots + \binom{n}{n-2}i^{n-2} + \binom{n}{n-1}i^{n-1} + \binom{n}{n}i^n$$

*In particolare per  $n = 0, 1, 2, \dots, 6, \dots$  risulta*

$$r_{\overline{0|i}} = (1+i)^0 = 1$$

$$r_{\overline{1|i}} = (1+i)^1 = 1 + i$$

$$r_{\overline{2|i}} = (1+i)^2 = 1 + 2i + i^2$$

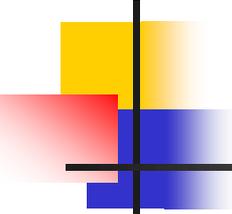
$$r_{\overline{3|i}} = (1+i)^3 = 1 + 3i + 3i^2 + i^3$$

$$r_{\overline{4|i}} = (1+i)^4 = 1 + 4i + 6i^2 + 4i^3 + i^4$$

$$r_{\overline{5|i}} = (1+i)^5 = 1 + 5i + 10i^2 + 10i^3 + 5i^4 + i^5$$

$$r_{\overline{6|i}} = (1+i)^6 = 1 + 6i + 15i^2 + 20i^3 + 15i^4 + 6i^5 + i^6$$

.....



## *Sviluppi .....*

---

*Quanto sopra evidenziato, mostra come l'espressione  $(1 + i)^n$ , nel suo evolversi al crescere di  $n$ , corrisponda dinamicamente a fissati polinomi, il cui grado corrisponde logicamente al numero  $n$ , e come i termini di grado superiore al primo rappresentino i termini anatocistici dello sviluppo. Infatti mentre il monomio di primo grado si riferisce agli interessi (**base**) maturati sul capitale prestato, il monomio di secondo grado riguarda gli interessi su interessi (**base**) precedentemente maturati (interessi anatocistici di secondo livello), il monomio di terzo grado riguarda gli interessi anatocistici su interessi anatocistici di secondo livello (interessi anatocistici di terzo livello) e così via, fino al monomio di grado  $n$ , che si riferisce agli interessi anatocistici su interessi anatocistici di livello  $n-1$  (ossia interessi anatocistici di livello  $n$ ). Per le successive considerazioni risulterà importante identificare, per ciascuna singola porzione di interessi anatocistici (dal secondo livello in poi), la quota interessi (**base**) che l'ha generata.*

# Sviluppi .....

A titolo di esempio, considerando, come ampiezza dell'intervallo di svolgimento dell'operazione finanziaria, 6 periodi e ipotizzando che il tasso annuo effettivo di interesse sia pari al 10%, si ha

$$\begin{aligned} r_{\overline{6}|0,1} &= \underbrace{1}_{1} + \underbrace{6 \cdot 0,1}_{0,6} + \underbrace{15 \cdot 0,01}_{0,15} + \underbrace{20 \cdot 0,001}_{0,02} + \underbrace{15 \cdot 0,0001}_{0,0015} + \underbrace{6 \cdot 0,00001}_{0,00006} + \underbrace{0,000001}_{0,000001} \\ &\quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{1,6} \\ &\quad \underbrace{\hspace{2.5cm}}_{1,75} \\ &\quad \underbrace{\hspace{3.5cm}}_{1,77} \\ &\quad \underbrace{\hspace{4.5cm}}_{1,7715} \\ &\quad \underbrace{\hspace{5.5cm}}_{1,77156} \\ &\quad \underbrace{\hspace{6.5cm}}_{1,771561} \end{aligned}$$

# Riferimenti – Sito: [www.attuariale.eu](http://www.attuariale.eu)



## SOFTWARE A DISPOSIZIONE

### Operazione Finanziarie di Base

- Tassi Equivalenti
- Valori Attuali e Montanti
- Ammortamento Classico (con Anatocismo)

### Anatocismo nei Mutui

- Ammortamento senza Anatocismo
- Ammortamento (dopo Rinegoziazione)
- Ammortamento a tassi variabili

### Calcolo Tassi

- Calcoli TAN, TAE, TANG e TAEG

### Leasing

- Leasing - Posticipato o alla Tedesca

### Usura nei Mutui

- Presenza di usura Pattizia in un mutuo
- Presenza di usura Sopravvenuta in un mutuo

### Anatocismo nei CC Bancari

- Anatocismo nei Conti Correnti Bancari

### IAS 19 - TFR

- Valutazione attuariale Ias 19

### Pensioni

- Simulatore Pensione Contributiva

### Derivati

- Valutazione Derivati

## CONTATTI

Telefono: 06 88327266

Cellulare: 328 0340579

Email: [attuariale.eu@gmail.com](mailto:attuariale.eu@gmail.com)

Email: [attuariale@mutuoanatocismo.it](mailto:attuariale@mutuoanatocismo.it)

PEC: [antonio.annibali@legaimail.it](mailto:antonio.annibali@legaimail.it)

## CHI SIAMO | I NOSTRI OBIETTIVI

SOFTWARE ANATOCISMO NEI MUTUI

2 / 5

**Attuariale.eu** nasce dalle esperienze di ricerca, didattica e consulenza in campo finanziario, attuariale, aziendale e bancario, realizzate anche con strumenti informatici, maturate dal prof. Antonio Annibali (docente di Matematica Finanziaria presso l'Università degli studi "La Sapienza" di Roma e attuario professionista) e dal suo team.

**Attuariale.eu** si rivolge principalmente a professionisti nelle discipline finanziario-attuariali, tecnico-commerciali e legali (CTU, CTP, dottori commercialisti e avvocati), e anche a singoli utenti privati, che abbiano rapporti con istituti di credito e previdenziali, fornendo un servizio consulenziale di tipo professionale.

Fornire valutazioni di natura tecnico-finanziaria comporta l'utilizzo di strumenti informatici e spiccata capacità di trattamento e analisi di dati, con utilizzo di modelli matematici necessari per le simulazioni numeriche. La sfida di **Attuariale.eu** è quella di elevare il livello di formazione dei consulenti tecnico-finanziari, offrendo esperienza scientifico-consulenziale e formazione professionale, attraverso il supporto di pubblicazioni e di software di facile comprensione e utilizzazione, grazie all'esperienza didattica maturata negli anni dai componenti del gruppo di lavoro.



## LIBRI e PUBBLICAZIONI



Anatocismo e Ammortamento di Mutui 'alla Francese'  
Manuale per la professione di Magistrato, Dottore Commercialista e Avvocato



Anatocismo e Ammortamento di Mutui 'alla Francese' in Capitalizzazione Semplice

## SCHEDE di APPROFONDIMENTO

- Anatocismo nei Mutui
- Anatocismo nei Conti Correnti
- Capitalizzazione Semplice
- Usura nei Mutui
- Tassi Usura Mutui

## EVENTI e PARTECIPAZIONI

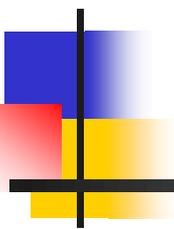


ASSUBA - Associazione Utenti Bancari  
Intervento del prof. Annibali su "anatocismo nei mutui alla francese"



ODCEC Napoli - Ordine dei Dottori Commercialisti e degli Esperti Contabili  
Intervento del prof. Annibali'

[Altri interventi >>>](#)



# ***Ammortamento di mutui nel regime finanziario della capitalizzazione semplice***

## ***L'onere implicito relativo al differenziale tra regimi finanziari: capitalizzazione composta <#> semplice***

*Antonio Annibali  
Università "La Sapienza"*

*Carla Barracchini  
Università de "L'Aquila"*

*Alessandro Annibali  
[www.attuariale.eu](http://www.attuariale.eu)*

*Francesco Olivieri  
Tribunale di Roma*