Ammortamento "alla francese" di un mutuo nel regime finanziario della capitalizzazione semplice

Il problema della stesura del piano di ammortamento in capitalizzazione semplice

Antonio e Alessandro Annibali, Carla Barracchini, Francesco Olivieri
www.attuariale.eu

Movimento Forense **SOS Utenti**

Anatocismo, Euribor e Usura nei contratti di mutuo e di leasing

Corte d'Appello di Roma **18 giugno 2018**

Antonio Annibali

La scienza matematica e l'accertamento anatocistico nei piani di ammortamento 'alla francese'

Antonio e Alessandro Annibali, Carla Barracchini, Francesco Olivieri
www.attuariale.eu

Masiani Group **AIGA** **SOS Utenti**

Anatocismo nel piano di ammortamento alla francese, Euribor e Usura e altre criticità

Centro Congressi Albani - Firenze **13 luglio 2018**

Antonio Annibali

La scienza matematica nella determinazione de l'anatocismo nel piano di ammortamento 'alla francese'

Antonio e Alessandro Annibali, Carla Barracchini, Francesco Olivieri
www.attuariale.eu

Piani di ammortamento di mutui 'alla francese' e regimi finanziari di riferimento

Studio Olivieri & Associati - Roma 11 settembre 2018

Antonio Annibali

Rivisitazione del modello di calcolo dell'ammortamento 'alla francese' di un mutuo in capitalizzazione semplice

Antonio e Alessandro Annibali, Carla Barracchini, Francesco Olivieri
www.attuariale.eu

Movimento Forense **AssoCtu**

Anatocismo nei mutui: i piani di ammortamento
Rilievi matematici e giuridici

Corte d'Appello di Roma **08 novembre 2018**

Antonio Annibali

La scienza matematica e l'accertamento anatocistico nei piani di ammortamento 'alla francese'

Antonio e Alessandro Annibali, Carla Barracchini, Francesco Olivieri
www.attuariale.eu

Premessa

La seguente trattazione è l'unione di quattro presentazioni relative a tre articoli pubblicati nei numeri 10 (giugno 2018), 12 (agosto 2018) , 13 (settembre 2018) e 16 (dicembre 2018) della Rivista mensile "Le controversie bancarie" (ISSN 2611-0083), edita dal Centro Anomalie Bancarie dal titolo:

"Rivisitazione del modello di calcolo dell'ammortamento alla francese di un mutuo in capitalizzazione semplice"

e relativi complementi, i cui autori sono Antonio e Alessandro Annibali, Carla Barracchini e Francesco Olivieri.

Poichè le quattro presentazioni possono essere utilizzate anche sepatamente, nella trattazione sono presenti alcune ripresentazioni di risultati precedenti, del quale il lettore potrà immediatamente rendersi conto.

Argomenti delle presentazioni

***Modello base*: Metodologie di ammortamento, regimi finanziari, stesura del piano di ammortamento "alla francese" nei regimi finanziari della capitalizzazione composta e semplice**

***Complementi 1*: Problematiche relative alla stesura del piano di ammortamento "alla francese" in capitalizzazione semplice, come caso particolare di un piano di ammortamento "alla francese" caratterizzato da tassi variabili e stilato in capitalizzazione composta**

***Complementi 2*: Il problema della scelta dell'epoca (finale / iniziale) di equità dell'operazione finanziaria di mutuo, per la stesura di un piano di ammortamento "alla francese" in capitalizzazione semplice**

***Complementi 3*: Problematiche relative alla stesura di piani di ammortamenti inizialmente realizzata in capitalizzazione composta e successivamente effettuata in capitalizzazione semplice**

Ammortamento "alla francese" di un mutuo nel regime finanziario della capitalizzazione semplice

Modello Base: la stesura del piano di ammortamento in capitalizzazione semplice

Antonio e Alessandro Annibali, Carla Barracchini, Francesco Olivieri
www.attuariale.eu

Metodologie di ammortamento

La metodologia di ammortamento di un mutuo corrisponde alla regola con la quale si procede al rimborso dell'importo prestato:

- *mutuo puro (con pagamento periodico degli interessi e rimborso finale della somma prestata)*
- *"all'italiana" (con quote capitali costanti)*
- *"alla francese" (con rate costanti)*
- *"all'americana" (mutuo puro + accumulo della somma prestata, detto anche ammortamento a due tassi)*

Attualmente la metodologia più frequentemente utilizzata è quella "alla francese", che spesso (in motivazioni di sentenze, consulenze tecniche d'ufficio o di parte) viene immotivatamente comparata con quella "all'italiana".

Regimi finanziari

***Il regime finanziario** è il principio secondo cui vanno effettuate le valutazioni finanziarie, che sono operativamente effettuate tramite le **leggi finanziarie** (ossia gli **algoritmi**) sottostanti a tale principio.*

I due regimi finanziari principalmente usati sono:

- ***regime finanziario (detto esponenziale) della capitalizzazione composta (CC), nel quale gli interessi precedentemente maturati, a causa della loro capitalizzazione, sono causa di ulteriori interessi, con presenza quindi del fenomeno anatocistico,***
- ***regime finanziario (detto lineare/iperbolico) della capitalizzazione semplice (CS), nel quale gli interessi precedentemente maturati sono soltanto contabilizzati e non generano ulteriori interessi, con assenza quindi del fenomeno anatocistico.***

Regimi finanziari

Il regime finanziario** della **capitalizzazione composta** è caratterizzato da **leggi finanziarie scindibili

$$r_{x,y} = r_{x,u}\, r_{u,y} \qquad (1+i)^{y-x} = (1+i)^{u-x}\,(1+i)^{y-u}$$

da cui deriva

$$i_{x,y} = i_{x,u} + i_{u,y} + i_{x,u}\, i_{u,y}$$

Il montante unitario finale, relativo all'intero intervallo [x,y], non si modifica se, ad un'epoca "intermedia" u, l'operazione finanziaria di investimento viene interrotta e immediatamente ripresa; l'interesse relativo all'intero intervallo [x,y] risulta pari all'interesse relativo al primo periodo [x,u], calcolato sul capitale iniziale, più l'interesse relativo al secondo periodo [u,y], calcolato sul capitale iniziale maggiorato dell'interesse del primo periodo.

Regimi finanziari

***Il regime finanziario** della **capitalizzazione semplice** è caratterizzato da leggi finanziarie additive*

$$i_{x,y} = i_{x,u} + i_{u,y} \qquad i\,(y-x) = i\,(u-x) + i\,(y-u)$$

*Partendo dal capitale unitario iniziale, l'interesse relativo all'intero intervallo [x,y] risulta pari all'interesse relativo al primo periodo [x,u], calcolato sul capitale iniziale, più l'**interesse** relativo al secondo periodo [u,y], **calcolato** sempre sul **capitale iniziale**.*

*Le proprietà di **scindibilità** e di **additività** sono tra loro **incompatibili**.*

Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi

- Una congettura è un'affermazione (neutra oppure logica) di cui non risulta dimostrata la sua veridicità, nè il suo contrario,
- un teorema è una congettura dimostrata.

Come affermato, nel secolo scorso, da un eminente matematico, una congettura soggiace a un teorema ad essa contrapposto.

- la congettura di Golbach "ogni numero pari >2 è sempre uguale alla somma di due numeri primi" è una congettura neutra,
- la congettura "i numeri primi sono infiniti" è stata, prima della dimostrazione di Euclide, una congettura logica,
- la congettura "la quota interessi è pari al prodotto del tasso di interesse per il debito residuo relativo al tempo precedente" è una congettura logica, ma, mentre in capitalizzazione composta è anche un teorema, in capitalizzazione semplice è una congettura errata (potendosi dimostrare il contrario).

Evoluzione dello stato dell'arte

Formazione di un gruppo di studio Università / Attuari professionisti

Recente pubblicazione dell'articolo «Rivisitazione del modello [#] di calcolo dell'ammortamento "alla francese" di un mutuo in CS»: [#] modello proposto in nostri libri di precedente pubblicazione

Dimostrazione algebrica degli algoritmi per la stesura del piano di ammortamento "alla francese" (oppure altra metodologia) in CS

Formulazione di un modello di calcolo di più facile utilizzazione per la quantificazione del fenomeno anatocistico nei piani stilati in CC

Superamento di talune difficoltà interpretative evidenziate da lettori dei libri precedentemente pubblicati e contrasto ad argomentazioni (congetture) avanzate da taluni soggetti per negare la possibilità di stesura di piani in CS e la conseguente presenza di anatocismo

Ammortamento di un mutuo "alla francese"

L'ammortamento di un mutuo prevede il prestito di una somma a un tempo iniziale e la restituzione di una rendita composta da n rate.
Per assicurare l'equità finanziaria, tale operazione deve verificare la condizione di chiusura (azzeramento del debito residuo finale):

- *uguaglianza tra il debito iniziale e la somma delle quote capitali,*
- *equivalenza tra il debito iniziale e l'insieme delle rate: nel caso di un regime finanziario con leggi non scindibili (CS), l'equivalenza (relativa) dovrà essere verificata a un'epoca assegnata (tempo finale), mentre nel caso di un regime con leggi scindibili (CC), tale equivalenza (assoluta) sarà verificata in una qualsiasi epoca.*

• *Importo prestato:*	*€ 100.000*
• *Durata dell'ammortamento :*	*20 anni*
• *Pagamento delle rate:*	*annuale*
• *Tasso annuo effettivo di interesse:*	*5%*

Piano di ammortamento in CC
Metodo ricorsivo

Dagli elementi contrattuali e dalla conoscenza della rata CC di un piano di ammortamento "alla francese", è possibile calcolare "in forma ricorsiva" le altre grandezze del piano stesso :

- ***quote interessi**: prodotto di ciascun debito residuo relativo al periodo precedente (anno, semestre, trimestre, bimestre, mese) per il tasso di interesse effettivo periodale,*
- ***quote capitali**: differenza tra ciascuna rata e la quota interessi relativa allo stesso tempo; la somma delle quote capitali, pari al debito iniziale, evidenzia la verifica della condizione di chiusura dell'ammortamento,*
- ***debiti residui**: debito iniziale con sottrazione progressiva delle singole quote capitali, ovvero sottrazione delle singole rate e addizione delle rispettive quote interessi.*

Piano di ammortamento in CC
Metodo ricorsivo

$$R = D_0 \frac{r_{\overline{n|}i}}{s_{\overline{n|}i}} = \frac{D_0}{a_{\overline{n|}i}} = \frac{D_0\, i}{1-(1+i)^{-n}} \Rightarrow R = \frac{100000 \cdot 0.05}{1-1.05^{-20}} = \frac{100000}{12.46221} = 8024.26$$

$$I_k = i\, D_{k-1}$$

$$C_k = R - I_k$$

$$D_k = D_{k-1} - C_k = D_{k-1} - R + I_k = D_{k-1}(1+i) - R \;,\; D_n = 0$$

Piano di ammortamento in CC
Metodo ricorsivo

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo
0				100000.00
1	8024.26	5000.00	3024.26	96975.74

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo
0				100000.00
1	8024.26	5000.00	3024.26	96975.74
2	8024.26	4848.79	3175.47	93800.27

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo
0				100000.00
1	8024.26	5000.00	3024.26	96975.74
2	8024.26	4848.79	3175.47	93800.27
3	8024.26	4690.01	3334.25	90466.02

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo
0				100000.00
1	8024.26	5000.00	3024.26	96975.74
2	8024.26	4848.79	3175.47	93800.27
3	8024.26	4690.01	3334.25	90466.02
4	8024.26	4523.30	3500.96	86965.07

Piano di ammortamento in CC
Metodo ricorsivo

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo
0				100000.00
1	8024.26	5000.00	3024.26	96975.74
2	8024.26	4848.79	3175.47	93800.27
3	8024.26	4690.01	3334.25	90466.02
4	8024.26	4523.30	3500.96	86965.07
5	8024.26	4348.25	3676.01	83289.06
6	8024.26	4164.45	3859.81	79429.26
7	8024.26	3971.46	4052.80	75376.46
8	8024.26	3768.82	4255.44	71121.02
9	8024.26	3556.05	4468.21	66652.82
10	8024.26	3332.64	4691.62	61961.20
11	8024.26	3098.06	4926.20	57035.00
12	8024.26	2851.75	5172.51	51862.49
13	8024.26	2593.12	5431.13	46431.36
14	8024.26	2321.57	5702.69	40728.67
15	8024.26	2036.43	5987.83	34740.84
16	8024.26	1737.04	6287.22	28453.62
17	8024.26	1422.68	6601.58	21852.05
18	8024.26	1092.60	6931.66	14920.39
19	8024.26	746.02	7278.24	7642.15
20	8024.26	382.11	7642.15	0.00
Tot	160485.17	60485.17	100000.00	
V.A.	100000.00	42395.07	57604.93	
Mont	265329.77	112486.75	152843.02	

Piano di ammortamento in CC
Metodo diretto

Dagli elementi contrattuali e dalla conoscenza della rata CC di un piano di ammortamento "alla francese", è possibile calcolare anche "in forma diretta" le altre grandezze del piano stesso :

- ***debiti residui: somme dei valori attuali delle rate di ammortamento successive al tempo di valutazione,***
- ***quote capitali: differenze tra ciascun debito residuo relativo al tempo precedente e l'analogo debito residuo del tempo corrente,***
- ***quote interessi: differenze tra ciascuna rata di ammortamento e la quota capitale relativa al tempo corrente; operando in tale modo, le quote interessi non derivano, come accadeva nel precedente metodo ricorsivo, da una posizione (congettura), ma da una dimostrazione algebrica (teorema), risultando comunque pari al prodotto di ciascun debito residuo relativo al periodo precedente per il tasso di interesse effettivo periodale.***

Piano di ammortamento in CC
Metodo diretto

$$R = D_0 \frac{r_{\overline{n|}i}}{s_{\overline{n|}i}} = \frac{D_0}{a_{\overline{n|}i}} = \frac{D_0\, i}{1-(1+i)^{-n}} \Rightarrow R = \frac{100000 \cdot 0.05}{1-1.05^{-20}} = \frac{100000}{12.46221} = 8024.26$$

$$D_k = R a_{\overline{n-k|}i} = R\frac{1-v_{\overline{n-k|}i}}{i} = R\frac{1-(1+i)^{-n+k}}{i}$$

$$C_k = D_{k-1} - D_k = R(a_{\overline{n-k+1|}i} - a_{\overline{n-k|}i}) = \frac{R}{i}(v_{\overline{n-k|}i} - v_{\overline{n-k+1|}i}) = R v_{\overline{n-k+1|}i}$$

$$C_1 = R(1+i)^{-n} \quad , \quad C_k = C_{k-1}(1+i) = \begin{cases} C_1(1+i)^{k-1} \\ R(1+i)^{-n+k-1} \end{cases} \quad , \quad C_n = R(1+i)^{-1}$$

$$I_k = R - C_k = R\left(1-(1+i)^{-n+k-1}\right) = i\, R a_{\overline{n-k+1|}i} = i\, D_{k-1}$$

Piano di ammortamento in CC
Metodo diretto

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo
0				100000.00
1	8024.26			96975.74
2	8024.26			93800.27
3	8024.26			90466.02
4	8024.26			86965.07
5	8024.26			83289.06
6	8024.26			79429.26
7	8024.26			75376.46
8	8024.26			71121.02
9	8024.26			66652.82
10	8024.26			61961.20
11	8024.26			57035.00
12	8024.26			51862.49
13	8024.26			46431.36
14	8024.26			40728.67
15	8024.26			34740.84
16	8024.26			28453.62
17	8024.26			21852.05
18	8024.26			14920.39
19	8024.26			7642.15
20	8024.26			0.00

Piano di ammortamento in CC
Metodo diretto

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo
0				100000.00
1	8024.26		3024.26	96975.74
2	8024.26		3175.47	93800.27
3	8024.26		3334.25	90466.02
4	8024.26		3500.96	86965.07
5	8024.26		3676.01	83289.06
6	8024.26		3859.81	79429.26
7	8024.26		4052.80	75376.46
8	8024.26		4255.44	71121.02
9	8024.26		4468.21	66652.82
10	8024.26		4691.62	61961.20
11	8024.26		4926.20	57035.00
12	8024.26		5172.51	51862.49
13	8024.26		5431.13	46431.36
14	8024.26		5702.69	40728.67
15	8024.26		5987.83	34740.84
16	8024.26		6287.22	28453.62
17	8024.26		6601.58	21852.05
18	8024.26		6931.66	14920.39
19	8024.26		7278.24	7642.15
20	8024.26		7642.15	0.00

Piano di ammortamento in CC
Metodo diretto

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo
0				100000.00
1	8024.26	5000.00	3024.26	96975.74
2	8024.26	4848.79	3175.47	93800.27
3	8024.26	4690.01	3334.25	90466.02
4	8024.26	4523.30	3500.96	86965.07
5	8024.26	4348.25	3676.01	83289.06
6	8024.26	4164.45	3859.81	79429.26
7	8024.26	3971.46	4052.80	75376.46
8	8024.26	3768.82	4255.44	71121.02
9	8024.26	3556.05	4468.21	66652.82
10	8024.26	3332.64	4691.62	61961.20
11	8024.26	3098.06	4926.20	57035.00
12	8024.26	2851.75	5172.51	51862.49
13	8024.26	2593.12	5431.13	46431.36
14	8024.26	2321.57	5702.69	40728.67
15	8024.26	2036.43	5987.83	34740.84
16	8024.26	1737.04	6287.22	28453.62
17	8024.26	1422.68	6601.58	21852.05
18	8024.26	1092.60	6931.66	14920.39
19	8024.26	746.02	7278.24	7642.15
20	8024.26	382.11	7642.15	0.00
Tot	160485.17	60485.17	100000.00	
V.A.	100000.00	42395.07	57604.93	
Mont	265329.77	112486.75	152843.02	

Piano di ammortamento in CS
Metodo diretto

Analogamente a quanto effettuato con riferimento al piano in CC, dagli elementi contrattuali e dalla conoscenza della rata CS di un piano di ammortamento "alla francese", è possibile calcolare "in forma diretta" le altre grandezze del piano stesso :

- ***debiti residui: somme dei valori attuali (v.a. di montanti in CS) delle rate di ammortamento successive al tempo di valutazione,***
- ***quote capitali: differenze tra ciascun debito residuo relativo al tempo precedente e l'analogo debito residuo del tempo corrente,***
- ***quote interessi: differenze tra ciascuna rata di ammortamento e la quota capitale relativa al tempo corrente; operando in tale modo, nel seguito si verificherà come le quote interessi risultino, tramite una dimostrazione algebrica (teorema), pari al valore attuale del prodotto di ciascun debito residuo relativo al periodo precedente per il tasso di interesse effettivo periodale.***

Piano di ammortamento in CS
Metodo diretto

$$R^{cs} = D_0 \frac{r^{cs}_{\overline{n|}i}}{s^{cs}_{\overline{n|}i}} = \frac{D_0}{a^{cs(n)}_{\overline{n|}i}} = \frac{D_0\,(1+in)}{n\left(1+i\frac{n-1}{2}\right)} \Rightarrow R^{cs} = \frac{100000(1+0.05\cdot 20)}{20(1+0.05\cdot 9.5)} = \frac{100000}{14.75} = 6779.66$$

$$D^{cs}_k = R^{cs} a^{cs(n-k)}_{\overline{n-k|}i} = R^{cs} s^{cs}_{\overline{n-k|}i} v^{cs}_{\overline{n-k|}i} = R^{cs} \frac{(n-k) r_{\overline{(n-k-1)/2|}i}}{1+i(n-k)} = R^{cs} \frac{(n-k)\left(1+i\frac{n-k-1}{2}\right)}{1+i(n-k)}$$

$$C^{cs}_k = D^{cs}_{k-1} - D^{cs}_k = R^{cs}\left(a^{cs(n-k+1)}_{\overline{n-k+1|}i} - a^{cs(n-k)}_{\overline{n-k|}i}\right) = R^{cs}\left(s^{cs}_{\overline{n-k+1|}i} v^{cs}_{\overline{n-k+1|}i} - s^{cs}_{\overline{n-k|}i}\, v^{cs}_{\overline{n-k|}i}\right) =$$

$$= R^{cs}\left(s^{cs}_{\overline{n-k+1|}i} v^{cs}_{\overline{n-k+1|}i} - (s^{cs}_{\overline{n-k+1|}i} - r^{cs}_{\overline{n-k|}i})\, v^{cs}_{\overline{n-k|}i}\right) =$$

$$= R^{cs}\left(s^{cs}_{\overline{n-k+1|}i}(v^{cs}_{\overline{n-k+1|}i} - v^{cs}_{\overline{n-k|}i}) + 1\right) = R^{cs}\left(1 - s^{cs}_{\overline{n-k+1|}i}\, i\, v^{cs}_{\overline{n-k+1|}i}\, v^{cs}_{\overline{n-k|}i}\right) =$$

$$= R^{cs}\left(1 - i a^{cs(n-k+1)}_{\overline{n-k+1|}i} v^{cs}_{\overline{n-k|}i}\right) = R^{cs} - i D^{cs}_{k-1} v^{cs}_{\overline{n-k|}i}$$

$$I^{cs}_k = R^{cs} - C^{cs}_k = R^{cs} - \left(R^{cs} - i D^{cs}_{k-1} v^{cs}_{\overline{n-k|}i}\right) = i D^{cs}_{k-1} v^{cs}_{\overline{n-k|}i}$$

Piano di ammortamento in CS
Metodo diretto

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo
0				100000.00
1	6779.66			95784.44
2	6779.66			91525.42
3	6779.66			87219.42
4	6779.66			82862.52
5	6779.66			78450.36
6	6779.66			73978.07
7	6779.66			69440.16
8	6779.66			64830.51
9	6779.66			60142.15
10	6779.66			55367.23
11	6779.66			50496.79
12	6779.66			45520.58
13	6779.66			40426.87
14	6779.66			35202.09
15	6779.66			29830.51
16	6779.66			24293.79
17	6779.66			18570.38
18	6779.66			12634.82
19	6779.66			6456.82
20	6779.66			0.00

Piano di ammortamento in CS
Metodo diretto

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo
0				100000.00
1	6779.66		4215.56	95784.44
2	6779.66		4259.02	91525.42
3	6779.66		4306.00	87219.42
4	6779.66		4356.90	82862.52
5	6779.66		4412.16	78450.36
6	6779.66		4472.30	73978.07
7	6779.66		4537.90	69440.16
8	6779.66		4609.66	64830.51
9	6779.66		4688.35	60142.15
10	6779.66		4774.92	55367.23
11	6779.66		4870.45	50496.79
12	6779.66		4976.20	45520.58
13	6779.66		5093.71	40426.87
14	6779.66		5224.78	35202.09
15	6779.66		5371.58	29830.51
16	6779.66		5536.72	24293.79
17	6779.66		5723.41	18570.38
18	6779.66		5935.55	12634.82
19	6779.66		6178.00	6456.82
20	6779.66		6456.82	0.00

Piano di ammortamento in CS
Metodo diretto

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo
0				100000.00
1	6779.66	2564.10	4215.56	95784.44
2	6779.66	2520.64	4259.02	91525.42
3	6779.66	2473.66	4306.00	87219.42
4	6779.66	2422.76	4356.90	82862.52
5	6779.66	2367.50	4412.16	78450.36
6	6779.66	2307.36	4472.30	73978.07
7	6779.66	2241.76	4537.90	69440.16
8	6779.66	2170.01	4609.66	64830.51
9	6779.66	2091.31	4688.35	60142.15
10	6779.66	2004.74	4774.92	55367.23
11	6779.66	1909.21	4870.45	50496.79
12	6779.66	1803.46	4976.20	45520.58
13	6779.66	1685.95	5093.71	40426.87
14	6779.66	1554.88	5224.78	35202.09
15	6779.66	1408.08	5371.58	29830.51
16	6779.66	1242.94	5536.72	24293.79
17	6779.66	1056.25	5723.41	18570.38
18	6779.66	844.11	5935.55	12634.82
19	6779.66	601.66	6178.00	6456.82
20	6779.66	322.84	6456.82	0.00
Tot	135593.22	35593.22	100000.00	
V.A.	100000.00	28075.82	71924.18	
Mont	200000.00	56151.65	143848.35	

Piano di ammortamento in CS
Metodo ricorsivo

Analogamente a quanto effettuato con riferimento al piano in CC, dagli elementi contrattuali e dalla conoscenza della rata CS di un piano di ammortamento "alla francese", è possibile calcolare anche "in forma ricorsiva" le altre grandezze del piano stesso :

- ***quote interessi: valore attuale (CS) del prodotto di ciascun debito residuo relativo al periodo precedente (anno, semestre, trimestre, bimestre, mese) per il tasso di interesse effettivo periodale,***
- ***quote capitali: differenza tra ciascuna rata e la quota interessi relativa allo stesso tempo; la somma delle quote capitali, pari al debito iniziale, evidenzia la verifica della condizione di chiusura dell'ammortamento,***
- ***debiti residui: debito iniziale con sottrazione progressiva delle singole quote capitali, ovvero sottrazione delle singole rate e addizione delle rispettive quote interessi.***

Piano di ammortamento in CS
Metodo ricorsivo

$$R^{cs} = D_0 \frac{r^{cs}_{\overline{n}|i}}{s^{cs}_{\overline{n}|i}} = \frac{D_0}{a^{cs(n)}_{\overline{n}|i}} = \frac{D_0\,(1+in)}{n\left(1+i\frac{n-1}{2}\right)} \Rightarrow R^{cs} = \frac{100000(1+0.05\cdot 20)}{20(1+0.05\cdot 9.5)} = \frac{100000}{14.75} = 6779.66$$

$$I^{cs}_k = iD^{cs}_{k-1} v^{cs}_{\overline{n-k}|i}$$

$$C^{cs}_k = R^{cs} - I^{cs}_k$$

$$D^{cs}_k = D^{cs}_{k-1} - C^{cs}_k = D^{cs}_{k-1} - R^{cs} + I^{cs}_k = D^{cs}_{k-1}\left(1 + iv^{cs}_{\overline{n-k}|i}\right) - R^{cs}$$

$$, \quad D^{cs}_n = 0$$

Piano di ammortamento in CS
Metodo ricorsivo

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo	.	Int globali	Coeff Attua
0				100000.00			
1	6779.66	2564.10	4215.56	95784.44		5000.00	0.512821

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo	.	Int globali	Coeff Attua
0				100000.00			
1	6779.66	2564.10	4215.56	95784.44		5000.00	0.512821
2	6779.66	2520.64	4259.02	91525.42		4789.22	0.526316

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo	.	Int globali	Coeff Attua
0				100000.00			
1	6779.66	2564.10	4215.56	95784.44		5000.00	0.512821
2	6779.66	2520.64	4259.02	91525.42		4789.22	0.526316
3	6779.66	2473.66	4306.00	87219.42		4576.27	0.540541

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo	.	Int globali	Coeff Attua
0				100000.00			
1	6779.66	2564.10	4215.56	95784.44		5000.00	0.512821
2	6779.66	2520.64	4259.02	91525.42		4789.22	0.526316
3	6779.66	2473.66	4306.00	87219.42		4576.27	0.540541
4	6779.66	2422.76	4356.90	82862.52		4360.97	0.555556

Piano di ammortamento in CS
Metodo ricorsivo

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo	.	Int globali	Coeff Attua
0				100000.00			
1	6779.66	2564.10	4215.56	95784.44		5000.00	0.512821
2	6779.66	2520.64	4259.02	91525.42		4789.22	0.526316
3	6779.66	2473.66	4306.00	87219.42		4576.27	0.540541
4	6779.66	2422.76	4356.90	82862.52		4360.97	0.555556
5	6779.66	2367.50	4412.16	78450.36		4143.13	0.571429
6	6779.66	2307.36	4472.30	73978.07		3922.52	0.588235
7	6779.66	2241.76	4537.90	69440.16		3698.90	0.606061
8	6779.66	2170.01	4609.66	64830.51		3472.01	0.625000
9	6779.66	2091.31	4688.35	60142.15		3241.53	0.645161
10	6779.66	2004.74	4774.92	55367.23		3007.11	0.666667
11	6779.66	1909.21	4870.45	50496.79		2768.36	0.689655
12	6779.66	1803.46	4976.20	45520.58		2524.84	0.714286
13	6779.66	1685.95	5093.71	40426.87		2276.03	0.740741
14	6779.66	1554.88	5224.78	35202.09		2021.34	0.769231
15	6779.66	1408.08	5371.58	29830.51		1760.10	0.800000
16	6779.66	1242.94	5536.72	24293.79		1491.53	0.833333
17	6779.66	1056.25	5723.41	18570.38		1214.69	0.869565
18	6779.66	844.11	5935.55	12634.82		928.52	0.909091
19	6779.66	601.66	6178.00	6456.82		631.74	0.952381
20	6779.66	322.84	6456.82	0.00		322.84	1.000000
Tot	135593.22	35593.22	100000.00			56151.65	
V.A.	100000.00	28075.82	71924.18			45460.62	
Mont	200000.00	56151.65	143848.35			90921.23	

Piano di ammortamento in CC e CS
Metodo ricorsivo - Confronto

$$R = \frac{D_0\, i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R^{cs} = \frac{D_0\,(1+in)}{n\left(1+i\frac{n-1}{2}\right)}$$

$$I_k = i\, D_{k-1}$$

$$I_k^{cs} = \frac{iD_{k-1}^{cs}}{1+i(n-k)}$$

$$C_k = R - I_k$$

$$C_k^{cs} = R^{cs} - I_k^{cs}$$

$$D_k = D_{k-1}(1+i) - R$$

$$D_k^{cs} = D_{k-1}^{cs}\left(1+\frac{i}{1+i(n-k)}\right) - R^{cs}$$

Piano di ammortamento in CC e CS
Metodo ricorsivo - Confronto

Le differenze tra i due piani di ammortamento (in CC e in CS), a parte l'utilizzazione delle formule relative ai due regimi, riguardano :

- ***l'epoca di verifica dell'equità dell'operazione finanziaria: il tempo iniziale o quello finale (o qualsiasi altro), nel caso di adozione del regime finanziario della CC, e necessariamente il tempo finale n, nel caso di adozione del regime finanziario della CS,***
- ***il calcolo in CS delle quote interesse in forma anticipata (valore attuale per il tempo intercorrente tra l'epoca di pagamento e il tempo finale). Mentre in CC, il pagamento dell'intera quota interessi al tempo di scadenza della rata, equivale a pagare il suo montante al tempo finale (generando il calcolo di interessi su interessi), nel caso di CS, il pagamento della quota interessi in forma anticipata al tempo di scadenza della rata, equivale a pagare l'intera quota interessi (che ne è il suo montante) al tempo finale.***

Piano di ammortamento in CS
Metodo ricorsivo (Esempi)

Al fine di mostrare la duttilità dell'algoritmo di calcolo, di seguito vengono presentati, partendo dal piano indicato in precedenza, alcuni esempi di piani di ammortamento in CS:

1. *pagamento di 5 rate pari alla rata fissata in CC e successivo pagamento di 15 rate ridotte, rispetto alla rata fissata in CS*
2. *pagamento di 10 rate pari alla rata fissata in CC e successivo pagamento di 10 rate ridotte, rispetto alla rata fissata in CS*
3. *pagamento di 15 rate pari alla rata fissata in CC e successivo pagamento di 5 rate ridotte, rispetto alla rata fissata in CS*
4. *pagamento di rate pari alla rata fissata in CC e successivo pagamento di una rata di conguaglio*

#. *pagamento di rate definite in modo che il loro valore attuale in CS risulti pari al debito iniziale (la mancata chiusura del piano dipende dalla diversa scelta dell'epoca di verifica dell'equità)*

Piano di ammortamento in CS (1)
Metodo ricorsivo (durata 5+15)

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo	.	Int globali	Coeff Attua
0				100000.00			
1	8024.26	2564.10	5460.16	94539.84		5000.00	0.512821
2	8024.26	2487.89	5536.37	89003.48		4726.99	0.526316
3	8024.26	2405.50	5618.76	83384.72		4450.17	0.540541
4	8024.26	2316.24	5708.02	77676.70		4169.24	0.555556
5	8024.26	2219.33	5804.92	71871.78		3883.83	0.571429
6	6211.14	2113.88	4097.27	67774.51		3593.59	0.588235
7	6211.14	2053.77	4157.37	63617.14		3388.73	0.606061
8	6211.14	1988.04	4223.11	59394.04		3180.86	0.625000
9	6211.14	1915.94	4295.20	55098.83		2969.70	0.645161
10	6211.14	1836.63	4374.51	50724.32		2754.94	0.666667
11	6211.14	1749.11	4462.03	46262.29		2536.22	0.689655
12	6211.14	1652.22	4558.92	41703.38		2313.11	0.714286
13	6211.14	1544.57	4666.57	37036.80		2085.17	0.740741
14	6211.14	1424.49	4786.65	32250.16		1851.84	0.769231
15	6211.14	1290.01	4921.13	27329.02		1612.51	0.800000
16	6211.14	1138.71	5072.43	22256.59		1366.45	0.833333
17	6211.14	967.68	5243.46	17013.13		1112.83	0.869565
18	6211.14	773.32	5437.82	11575.31		850.66	0.909091
19	6211.14	551.21	5659.94	5915.37		578.77	0.952381
20	6211.14	295.77	5915.37	0.00		295.77	1.000000
Tot	133288.41	33288.41	100000.00			52721.37	
V.A.	100000.00	26360.68	73639.32			42851.66	
Mont	200000.00	52721.37	147278.63			85703.33	

Piano di ammortamento in CS (2)
Metodo ricorsivo (durata 10+10)

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo	.	Int globali	Coeff Attua
0				100000.00			
1	8024.26	2564.10	5460.16	94539.84		5000.00	0.512821
2	8024.26	2487.89	5536.37	89003.48		4726.99	0.526316
3	8024.26	2405.50	5618.76	83384.72		4450.17	0.540541
4	8024.26	2316.24	5708.02	77676.70		4169.24	0.555556
5	8024.26	2219.33	5804.92	71871.78		3883.83	0.571429
6	8024.26	2113.88	5910.38	65961.39		3593.59	0.588235
7	8024.26	1998.83	6025.43	59935.96		3298.07	0.606061
8	8024.26	1873.00	6151.26	53784.70		2996.80	0.625000
9	8024.26	1734.99	6289.27	47495.44		2689.24	0.645161
10	8024.26	1583.18	6441.08	41054.36		2374.77	0.666667
11	5027.06	1415.67	3611.40	37442.96		2052.72	0.689655
12	5027.06	1337.25	3689.82	33753.15		1872.15	0.714286
13	5027.06	1250.12	3776.95	29976.20		1687.66	0.740741
14	5027.06	1152.93	3874.13	26102.06		1498.81	0.769231
15	5027.06	1044.08	3982.98	22119.08		1305.10	0.800000
16	5027.06	921.63	4105.44	18013.65		1105.95	0.833333
17	5027.06	783.20	4243.86	13769.78		900.68	0.869565
18	5027.06	625.90	4401.16	9368.62		688.49	0.909091
19	5027.06	446.12	4580.94	4787.68		468.43	0.952381
20	5027.06	239.38	4787.68	0.00		239.38	1.000000
Tot	130513.23	30513.23	100000.00			49002.08	
V.A.	100000.00	24501.04	75498.96			40324.41	
Mont	200000.00	49002.08	150997.92			80648.83	

Piano di ammortamento in CS (3)
Metodo ricorsivo (durata 15+5)

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo	.	Int globali	Coeff Attua
0				100000.00			
1	8024.26	2564.10	5460.16	94539.84		5000.00	0.512821
2	8024.26	2487.89	5536.37	89003.48		4726.99	0.526316
3	8024.26	2405.50	5618.76	83384.72		4450.17	0.540541
4	8024.26	2316.24	5708.02	77676.70		4169.24	0.555556
5	8024.26	2219.33	5804.92	71871.78		3883.83	0.571429
6	8024.26	2113.88	5910.38	65961.39		3593.59	0.588235
7	8024.26	1998.83	6025.43	59935.96		3298.07	0.606061
8	8024.26	1873.00	6151.26	53784.70		2996.80	0.625000
9	8024.26	1734.99	6289.27	47495.44		2689.24	0.645161
10	8024.26	1583.18	6441.08	41054.36		2374.77	0.666667
11	8024.26	1415.67	6608.59	34445.77		2052.72	0.689655
12	8024.26	1230.21	6794.05	27651.71		1722.29	0.714286
13	8024.26	1024.14	7000.12	20651.59		1382.59	0.740741
14	8024.26	794.29	7229.97	13421.63		1032.58	0.769231
15	8024.26	536.87	7487.39	5934.23		671.08	0.800000
16	1348.69	247.26	1101.43	4832.80		296.71	0.833333
17	1348.69	210.12	1138.57	3694.24		241.64	0.869565
18	1348.69	167.92	1180.77	2513.47		184.71	0.909091
19	1348.69	119.69	1229.00	1284.47		125.67	0.952381
20	1348.69	64.22	1284.47	0.00		64.22	1.000000
Tot	127107.33	27107.33	100000.00			44956.91	
V.A.	100000.00	22478.46	77521.54			37905.18	
Mont	200000.00	44956.91	155043.09			75810.35	

Piano di ammortamento in CS (4)
Metodo ricorsivo (durata ridotta)

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo	.	Int globali	Coeff Attua
0				100000.00			
1	8024.26	2564.10	5460.16	94539.84		5000.00	0.512821
2	8024.26	2487.89	5536.37	89003.48		4726.99	0.526316
3	8024.26	2405.50	5618.76	83384.72		4450.17	0.540541
4	8024.26	2316.24	5708.02	77676.70		4169.24	0.555556
5	8024.26	2219.33	5804.92	71871.78		3883.83	0.571429
6	8024.26	2113.88	5910.38	65961.39		3593.59	0.588235
7	8024.26	1998.83	6025.43	59935.96		3298.07	0.606061
8	8024.26	1873.00	6151.26	53784.70		2996.80	0.625000
9	8024.26	1734.99	6289.27	47495.44		2689.24	0.645161
10	8024.26	1583.18	6441.08	41054.36		2374.77	0.666667
11	8024.26	1415.67	6608.59	34445.77		2052.72	0.689655
12	8024.26	1230.21	6794.05	27651.71		1722.29	0.714286
13	8024.26	1024.14	7000.12	20651.59		1382.59	0.740741
14	8024.26	794.29	7229.97	13421.63		1032.58	0.769231
15	8024.26	536.87	7487.39	5934.23		671.08	0.800000
16	6181.49	247.26	5934.23	0.00		296.71	0.833333
17	0.00	0.00	0.00	0.00		0.00	0.869565
18	0.00	0.00	0.00	0.00		0.00	0.909091
19	0.00	0.00	0.00	0.00		0.00	0.952381
20	0.00	0.00	0.00	0.00		0.00	1.000000
Tot	126545.37	26545.37	100000.00			44340.66	
V.A.	100000.00	22170.33	77829.67			37566.55	
Mont	200000.00	44340.66	155659.34			75133.10	

Piano di ammortamento in CS (#)
Metodo ricorsivo (equità iniziale)

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo	.	Int globali	Coeff Attua
0				100000.00			
1	7344.26	2564.10	4780.16	95219.84		5000.00	0.512821
2	7344.26	2505.79	4838.48	90381.36		4760.99	0.526316
3	7344.26	2442.74	4901.52	85479.83		4519.07	0.540541
4	7344.26	2374.44	4969.82	80510.01		4273.99	0.555556
5	7344.26	2300.29	5043.98	75466.03		4025.50	0.571429
6	7344.26	2219.59	5124.68	70341.36		3773.30	0.588235
7	7344.26	2131.56	5212.71	65128.65		3517.07	0.606061
8	7344.26	2035.27	5308.99	59819.65		3256.43	0.625000
9	7344.26	1929.67	5414.60	54405.06		2990.98	0.645161
10	7344.26	1813.50	5530.76	48874.29		2720.25	0.666667
11	7344.26	1685.32	5658.94	43215.35		2443.71	0.689655
12	7344.26	1543.41	5800.86	37414.49		2160.77	0.714286
13	7344.26	1385.72	5958.54	31455.95		1870.72	0.740741
14	7344.26	1209.84	6134.42	25321.53		1572.80	0.769231
15	7344.26	1012.86	6331.40	18990.12		1266.08	0.800000
16	7344.26	791.26	6553.01	12437.12		949.51	0.833333
17	7344.26	540.74	6803.52	5633.60		621.86	0.869565
18	7344.26	256.07	7088.19	-1454.60		281.68	0.909091
19	7344.26	-69.27	7413.53	-8868.13		-72.73	0.952381
20	7344.26	-443.41	7787.67	-16655.80		-443.41	1.000000
Tot	146885.29	30229.49	116655.80			49488.58	
V.A.	108327.90	24744.29	83583.61			41202.11	
Mont	216655.80	49488.58	167167.22			82404.23	

Piano di ammortamento in CS
Metodo ricorsivo (anatocismo)

Al fine di valutare la presenza del fenomeno anatocistico, nella successiva tabella viene effettuato il confronto tra le rate di ammortamento del piano stilato in CS e il piano stilato in CC e i 5 piani indicati in precedenza e considerando il montante in CS delle differenze: è evidente che i diversi valori risultanti rappresentano le corrispondenti valutazioni del fenomeno anatocistico al tempo finale dell'operazione finanziaria di mutuo.

E' evidente che l'anatocismo risulta positivamente presente nel caso di considerazione del piano di ammortamento in CC (36715,63) e parzialmente nel caso del piano (#) (in quanto basato sulla rata definita, considerando l'epoca iniziale come idonea alla verifica dell'equità dell'operazione) (16655,80).

Piano di ammortamento in CS
Metodo ricorsivo (anatocismo)

Tempi	Rata CS	Rata CC	Rata CS1	Rata CS2	Rata Cs3	Rata Cs4	Rata Cs#	Coeff	CC-CS	CS1-CS	CS2-CS	CS3-CS	CS4-CS	CS#-CS
0														
1	6779.66	8024.26	8024.26	8024.26	8024.26	8024.26	7344.26	1.9500	2426.97	2426.97	2426.97	2426.97	2426.97	1100.98
2	6779.66	8024.26	8024.26	8024.26	8024.26	8024.26	7344.26	1.9000	2364.74	2364.74	2364.74	2364.74	2364.74	1072.75
3	6779.66	8024.26	8024.26	8024.26	8024.26	8024.26	7344.26	1.8500	2302.51	2302.51	2302.51	2302.51	2302.51	1044.52
4	6779.66	8024.26	8024.26	8024.26	8024.26	8024.26	7344.26	1.8000	2240.28	2240.28	2240.28	2240.28	2240.28	1016.29
5	6779.66	8024.26	8024.26	8024.26	8024.26	8024.26	7344.26	1.7500	2178.05	2178.05	2178.05	2178.05	2178.05	988.06
6	6779.66	8024.26	6211.14	8024.26	8024.26	8024.26	7344.26	1.7000	2115.82	-966.48	2115.82	2115.82	2115.82	959.83
7	6779.66	8024.26	6211.14	8024.26	8024.26	8024.26	7344.26	1.6500	2053.59	-938.06	2053.59	2053.59	2053.59	931.60
8	6779.66	8024.26	6211.14	8024.26	8024.26	8024.26	7344.26	1.6000	1991.36	-909.63	1991.36	1991.36	1991.36	903.37
9	6779.66	8024.26	6211.14	8024.26	8024.26	8024.26	7344.26	1.5500	1929.13	-881.21	1929.13	1929.13	1929.13	875.14
10	6779.66	8024.26	6211.14	8024.26	8024.26	8024.26	7344.26	1.5000	1866.90	-852.78	1866.90	1866.90	1866.90	846.90
11	6779.66	8024.26	6211.14	5027.06	8024.26	8024.26	7344.26	1.4500	1804.67	-824.35	-2541.27	1804.67	1804.67	818.67
12	6779.66	8024.26	6211.14	5027.06	8024.26	8024.26	7344.26	1.4000	1742.44	-795.93	-2453.64	1742.44	1742.44	790.44
13	6779.66	8024.26	6211.14	5027.06	8024.26	8024.26	7344.26	1.3500	1680.21	-767.50	-2366.01	1680.21	1680.21	762.21
14	6779.66	8024.26	6211.14	5027.06	8024.26	8024.26	7344.26	1.3000	1617.98	-739.08	-2278.38	1617.98	1617.98	733.98
15	6779.66	8024.26	6211.14	5027.06	8024.26	8024.26	7344.26	1.2500	1555.75	-710.65	-2190.75	1555.75	1555.75	705.75
16	6779.66	8024.26	6211.14	5027.06	1348.69	6181.49	7344.26	1.2000	1493.52	-682.22	-2103.12	-6517.17	-717.80	677.52
17	6779.66	8024.26	6211.14	5027.06	1348.69	0.00	7344.26	1.1500	1431.29	-653.80	-2015.49	-6245.62	-7796.61	649.29
18	6779.66	8024.26	6211.14	5027.06	1348.69	0.00	7344.26	1.1000	1369.06	-625.37	-1927.86	-5974.07	-7457.63	621.06
19	6779.66	8024.26	6211.14	5027.06	1348.69	0.00	7344.26	1.0500	1306.83	-596.95	-1840.23	-5702.52	-7118.64	592.83
20	6779.66	8024.26	6211.14	5027.06	1348.69	0.00	7344.26	1.0000	1244.60	-568.52	-1752.60	-5430.97	-6779.66	564.60
Mont									36715.63	0.00	0.00	0.00	0.00	16655.80

Piano di ammortamento in CS
Metodo ricorsivo (Rata CC)

Volendo calcolare quale tasso d'interesse consente di stilare il piano in CS, considerando come rata di ammortamento quella definita per la stesura del piano in CC (calcolando, in altri termini, il tasso interno in CS dell'operazione realizzata in CC) è sufficiente risolvere la seguente equazione nell'incognita i_1 (la differenza tra tale tasso e quello contrattuale fornisce una misura del fenomeno anatocistico)

$$D_0 = Ra_{\overline{n}|i_1}^{cs(n)} \Rightarrow D_0\, r_{\overline{n}|i_1}^{cs} = Rs_{\overline{n}|i_1}^{cs} \Rightarrow D_0\,(1 + i_1 n) = Rn\left(1 + i_1 \frac{n-1}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_1 n\left(D_0 - R\frac{n-1}{2}\right) = Rn - D_0 \Rightarrow i_1 = \frac{R - \frac{D_0}{n}}{D_0 - R\frac{n-1}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_1 = \frac{8024.26 - 5000}{100000 - 8024.26 \cdot 9.5} = 12.723252\%$$

Piano di ammortamento in CS
Metodo ricorsivo (Rata CC, i=12,723%)

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo	.	Int globali	Coeff Attua
0				100000.00			
1	8024.26	3723.06	4301.20	95698.80		12723.25	0.292619
2	8024.26	3700.70	4323.56	91375.25		12176.00	0.303934
3	8024.26	3675.65	4348.61	87026.64		11625.90	0.316160
4	8024.26	3647.44	4376.82	82649.82		11072.62	0.329411
5	8024.26	3615.54	4408.72	78241.10		10515.74	0.343821
6	8024.26	3579.25	4445.01	73796.09		9954.81	0.359550
7	8024.26	3537.75	4486.51	69309.58		9389.26	0.376787
8	8024.26	3489.97	4534.28	64775.30		8818.43	0.395759
9	8024.26	3434.60	4589.66	60185.64		8241.52	0.416743
10	8024.26	3369.93	4654.33	55531.31		7657.57	0.440078
11	8024.26	3293.74	4730.51	50800.79		7065.39	0.466180
12	8024.26	3203.15	4821.11	45979.69		6463.51	0.495574
13	8024.26	3094.27	4929.99	41049.70		5850.11	0.528925
14	8024.26	2961.82	5062.44	35987.26		5222.86	0.567088
15	8024.26	2798.47	5225.79	30761.47		4578.75	0.611186
16	8024.26	2593.80	5430.46	25331.00		3913.86	0.662721
17	8024.26	2332.59	5691.67	19639.33		3222.93	0.723747
18	8024.26	1991.89	6032.36	13606.97		2498.76	0.797153
19	8024.26	1535.84	6488.42	7118.55		1731.25	0.887128
20	8024.26	905.71	7118.55	0.00		905.71	1.000000
Tot	160485.17	60485.17	100000.00			143628.24	
V.A.	100000.00	40519.72	59480.28			104069.06	
Mont	354465.04	143628.24	210836.79			368888.44	

Piano di ammortamento in CC e CS "all'italiana" e "alla francese"

Il piano di ammortamento in CS può essere stilato anche nel caso di diverse metodologie di ammortamento (esempio "all'italiana")

Tempi	Rata	Inter	Capit	Residuo
0				1000.00
1	350.00	100.00	250.00	750.00
2	325.00	75.00	250.00	500.00
3	300.00	50.00	250.00	250.00
4	275.00	25.00	250.00	0.00
Tot	1250.00	250.00	1000.00	
V.A.	1000.00	207.53	792.47	
Mont	1464.10	303.85	1160.25	

Tempi	Rata	Inter	Capit	Residuo	Inter	Coeff
0				1000.00		
1	326.92	76.92	250.00	750.00	100.00	0.769231
2	312.50	62.50	250.00	500.00	75.00	0.833333
3	295.45	45.45	250.00	250.00	50.00	0.909091
4	275.00	25.00	250.00	0.00	25.00	1.000000
Tot	1209.88	209.88	1000.00		250.00	
V.A.	1000.00	178.57	821.43		214.29	
Mont	1400.00	250.00	1150.00		300.00	

Tempi	Rata	Inter	Capit	Residuo
0				1000.00
1	315.47	100.00	215.47	784.53
2	315.47	78.45	237.02	547.51
3	315.47	54.75	260.72	286.79
4	315.47	28.68	286.79	0.00
Tot	1261.88	261.88	1000.00	
V.A.	1000.00	216.47	783.53	
Mont	1464.10	316.93	1147.17	

Tempi	Rata	Inter	Capit	Residuo	Inter	Coeff
0				1000.00		
1	304.35	76.92	227.42	772.58	100.00	0.769231
2	304.35	64.38	239.97	532.61	77.26	0.833333
3	304.35	48.42	255.93	276.68	53.26	0.909091
4	304.35	27.67	276.68	0.00	27.67	1.000000
Tot	1217.39	217.39	1000.00		258.19	
V.A.	1000.00	184.42	815.58		220.69	
Mont	1400.00	258.19	1141.81		308.96	

Riferimenti – Sito: www.attuariale.eu

ATTUARIALE.eu
Consulenze Attuariali

SOFTWARE A DISPOSIZIONE

Operazione Finanziarie di Base
- Tassi Equivalenti
- Valori Attuali e Montanti
- Ammortamento Classico (con Anatocismo)

Anatocismo nei Mutui
- Ammortamento senza Anatocismo
- Ammortamento (dopo Rinegoziazione)
- Ammortamento a tassi variabili

Calcolo Tassi
- Calcoli TAN, TAE, TANG e TAEG

Leasing
- Leasing - Posticipato o alla Tedesca

Usura nei Mutui
- Presenza di usura Pattizia in un mutuo
- Presenza di usura Sopravvenuta in un mutuo

Anatocismo nei CC Bancari
- Anatocismo nei Conti Correnti Bancari

IAS 19 - TFR
- Valutazione attuariale Ias 19

Pensioni
- Simulatore Pensione Contributiva

Derivati
- Valutazione Derivati

CONTATTI

Telefono: 06 88327266
Cellulare: 328 0340579
Email: attuariale.eu@gmail.com
Email: attuariale@mutuoanatocismo.it
PEC: antonio.annibali@legalmail.it

CHI SIAMO **I NOSTRI OBIETTVI** SOFTWARE ANATOCISMO NEI MUTUI 2 / 5

Attuariale.eu nasce dalle esperienze di ricerca, didattica e consulenza in campo finanziario, attuariale, aziendale e bancario, realizzate anche con strumenti informatici, maturate dal prof. Antonio Annibali (docente di Matematica Finanziaria presso l'Università degli studi "La Sapienza" di Roma e attuario professionista) e dal suo team.

Attuariale.eu si rivolge principalmente a professionisti nelle discipline finanziario-attuariali, tecnico-commerciali e legali (CTU, CTP, dottori commercialisti e avvocati), e anche a singoli utenti privati, che abbiano rapporti con istituti di credito e previdenziali, fornendo un sevizio consulenziale di tipo professionale.

Fornire valutazioni di natura tecnico-finanziaria comporta l'utilizzo di strumenti informatici e spiccata capacità di trattamento e analisi di dati, con utilizzo di modelli matematici necessari per le simulazioni numeriche. La sfida di **Attuariale.eu** è quella di elevare il livello di formazione dei consulenti tecnico-finanziari, offrendo esperienza scientifico-consulenziale e formazione professionale, attraverso il supporto di pubblicazioni e di software di facile comprensione e utilizzazione, grazie all'esperienza didattica maturata negli anni dai componenti del gruppo di lavoro.

LIBRI e PUBBLICAZIONI

Anatocismo e Ammortamento di Mutui 'alla Francese'
Manuale per la professione di Magistrato, Dottore Commercialista e Avvocato

Anatocismo e Ammortamento di Mutui 'alla Francese' in Capitalizzazione Semplice

SCHEDE di APPROFONDIMENTO
- Anatocismo nei Mutui
- Anatocismo nei Conti Correnti
- Capitalizzazione Semplice
- Usura nei Mutui
- Tassi Usura Mutui

EVENTI e PARTECIPAZIONI

ASSUBA - Associazione Utenti Bancari
Intervento del prof. Annibali su 'anatocismo nei mutui alla francese'

ODCEC Napoli - Ordine dei Dottori Commercialisti e degli Esperti Contabili
Intervento del prof. Annibali'

Altri Interventi >>>

Ammortamento "alla francese" di un mutuo nel regime finanziario della capitalizzazione semplice

Complementi 1: il piano in cs come caso particolare del piano in cc con tassi variabili

Antonio e Alessandro Annibali, Carla Barracchini, Francesco Olivieri
www.attuariale.eu

Ammortamento a tassi variabili in CC

***Nota terminologica**: un piano di ammortamento caratterizzato da **tassi variabili** non va confuso con un piano di ammortamento a **tasso variabile**, nel senso che l'indicazione (**al plurale**) tassi variabili corrisponde al fatto che tali **tassi** sono **prefissati** (ossia noti a priori, come, ad esempio, nel caso di utilizzazione di strutture di tassi a termine), al contrario l'indicazione (**al singolare**) tasso variabile corrisponde al fatto che il tasso costante, inizialmente fissato per la stesura del piano di ammortamento, dovrà essere periodicamente **aggiornato** (ossia sostituito) da un ulteriore tasso, valido sino al successivo aggiornamento, con tecniche di ricalcolo del piano stabilite nel relativo contratto di mutuo (ad esempio: ridefinizione della quota interessi e della rata di ammortamento correnti, con mantenimento di tutte le quote capitali e dei debiti residui fissati inizialmente, oppure nuova stesura della parte del piano di ammortamento a partire dalla rata corrente sino alla fine).*

Ammortamento a tassi variabili in CC

- *Importo prestato:* *€ 100.000*
- *Durata dell'ammortamento :* *20 anni*
- *Pagamento delle rate:* *annuale*
- *Tassi annui effettivi di interesse:*

7% k=1,…,5
6% k=6,…,10
5% k=11,…,15
4% k=16,…,20

Ammortamento a tassi variabili in CC

$$D_0 = R^{\#} a_{\overline{n}|i_k\,(k=1,\dots,n)} = R^{\#} \sum_{k=1}^{n} v_{\overline{k}|i_g\,(g=1,\dots,k)} = R^{\#} \sum_{k=1}^{n} \prod_{g=1}^{k} \frac{1}{1+i_g} =$$

$$= R^{\#} \left(\frac{1}{1+i_1} + \frac{1}{(1+i_1)(1+i_2)} + \cdots + \frac{1}{(1+i_1)(1+i_2)\dots(1+i_n)} \right)$$

$$R^{\#} = \frac{D_0}{a_{\overline{n}|i_k\,(k=1,\dots,n)}} \Rightarrow R^{\#} = \frac{100000}{11.268651} = 8874.18$$

$$I_k^{\#} = i_k D_{k-1}^{\#}$$

$$C_k^{\#} = R^{\#} - I_k^{\#}$$

$$D_k^{\#} = D_{k-1}^{\#} - C_k^{\#} = D_{k-1}^{\#} - R^{\#} + I_k^{\#} = D_{k-1}^{\#}(1+i_k) - R^{\#}\ , \qquad D_n^{\#} = 0$$

Ammortamento a tassi variabili in CC

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo	Tassi	Val. Att.
0				100000.00		
1	8874.18	7000.00	1874.18	98125.82	7.0000%	0.934579
2	8874.18	6868.81	2005.37	96120.45	7.0000%	0.873439
3	8874.18	6728.43	2145.75	93974.71	7.0000%	0.816298
4	8874.18	6578.23	2295.95	91678.76	7.0000%	0.762895
5	8874.18	6417.51	2456.66	89222.10	7.0000%	0.712986
6	8874.18	5353.33	3520.85	85701.25	6.0000%	0.672628
7	8874.18	5142.07	3732.10	81969.14	6.0000%	0.634555
8	8874.18	4918.15	3956.03	78013.11	6.0000%	0.598637
9	8874.18	4680.79	4193.39	73819.72	6.0000%	0.564752
10	8874.18	4429.18	4444.99	69374.73	6.0000%	0.532785
11	8874.18	3468.74	5405.44	63969.29	5.0000%	0.507414
12	8874.18	3198.46	5675.71	58293.58	5.0000%	0.483251
13	8874.18	2914.68	5959.50	52334.08	5.0000%	0.460239
14	8874.18	2616.70	6257.47	46076.61	5.0000%	0.438323
15	8874.18	2303.83	6570.35	39506.26	5.0000%	0.417451
16	8874.18	1580.25	7293.93	32212.33	4.0000%	0.401395
17	8874.18	1288.49	7585.68	24626.65	4.0000%	0.385957
18	8874.18	985.07	7889.11	16737.54	4.0000%	0.371112
19	8874.18	669.50	8204.68	8532.86	4.0000%	0.356839
20	8874.18	341.31	8532.86	0.00	4.0000%	0.343114
Tot	177483.54	77483.54	100000.00		Val. Att.	11.268651
V.A.	100000.00	51048.33	48951.67		Rata	8874.18
Mont	291448.22	148779.44	142668.77			

Ammortamento a tassi variabili in CC

dove si può notare che:

- *la stesura del piano è conseguenza della relazione, secondo cui le quote interessi sono calcolate sul debito residuo relativo al tempo precedente,*

- *la chiusura del piano di ammortamento è assicurata dal fatto che la somma delle quote capitali e la somma dei valori attuali della rate coincidono con il debito iniziale e che, al tempo stesso, la somma dei montanti delle rate (somma delle analoghe somme delle quote interessi e delle quote capitali) coincide con il montante finale del debito iniziale:*
  $291448.22=100000*1.07^5*1.06^5*1.05^5*1.04^5$.

Ammortamento a tasso fisso in CC

Per realizzare tale piano è sufficiente sostituire ai tassi variabili precedentemente indicati un tasso costante i.

In tale situazione, indicando con R la rata (costante) di rimborso, la condizione di equità dell'ammortamento risulta

$$D_0 = Ra_{\overline{n|}i} = R\sum_{k=1}^{n} v_{\overline{k|}i} = R\sum_{k=1}^{n}\prod_{g=1}^{k}\frac{1}{1+i}$$

$$= R\left(\frac{1}{1+i}+\frac{1}{(1+i)^2}+\cdots+\frac{1}{(1+i)^n}\right) = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Ammortamento a tasso fisso in CC

$$D_0 = Ra_{\overline{n|}i} = R\sum_{k=1}^{n} v_{\overline{k|}i} = R\sum_{k=1}^{n}\prod_{g=1}^{k}\frac{1}{1+i}$$

$$= R\left(\frac{1}{1+i}+\frac{1}{(1+i)^2}+\cdots+\frac{1}{(1+i)^n}\right) = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$R = \frac{D_0}{a_{\overline{n|}i}} = \frac{D_0\, i}{1-(1+i)^{-n}} \Rightarrow R = \frac{100000}{12.46221} = 8024.26$$

$$I_k = iD_{k-1}$$

$$C_k = R - I_k$$

$$D_k = D_{k-1} - C_k = D_{k-1} - R + I_k = D_{k-1}(1+i) - R\ , \qquad D_n = 0$$

Ammortamento a tasso fisso in CC

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo	Tassi	Val. Att.
0				100000.00		
1	8024.26	5000.00	3024.26	96975.74	5.0000%	0.952381
2	8024.26	4848.79	3175.47	93800.27	5.0000%	0.907029
3	8024.26	4690.01	3334.25	90466.02	5.0000%	0.863838
4	8024.26	4523.30	3500.96	86965.07	5.0000%	0.822702
5	8024.26	4348.25	3676.01	83289.06	5.0000%	0.783526
6	8024.26	4164.45	3859.81	79429.26	5.0000%	0.746215
7	8024.26	3971.46	4052.80	75376.46	5.0000%	0.710681
8	8024.26	3768.82	4255.44	71121.02	5.0000%	0.676839
9	8024.26	3556.05	4468.21	66652.82	5.0000%	0.644609
10	8024.26	3332.64	4691.62	61961.20	5.0000%	0.613913
11	8024.26	3098.06	4926.20	57035.00	5.0000%	0.584679
12	8024.26	2851.75	5172.51	51862.49	5.0000%	0.556837
13	8024.26	2593.12	5431.13	46431.36	5.0000%	0.530321
14	8024.26	2321.57	5702.69	40728.67	5.0000%	0.505068
15	8024.26	2036.43	5987.83	34740.84	5.0000%	0.481017
16	8024.26	1737.04	6287.22	28453.62	5.0000%	0.458112
17	8024.26	1422.68	6601.58	21852.05	5.0000%	0.436297
18	8024.26	1092.60	6931.66	14920.39	5.0000%	0.415521
19	8024.26	746.02	7278.24	7642.15	5.0000%	0.395734
20	8024.26	382.11	7642.15	0.00	5.0000%	0.376889
Tot	160485.17	60485.17	100000.00		Val. Att.	12.462210
V.A.	100000.00	42395.07	57604.93		Rata	8024.26
Mont	265329.77	112486.75	152843.02			

Ammortamento a tasso fisso in CC

dove si può notare che:

- *la stesura del piano è conseguenza della relazione, secondo cui le quote interessi sono calcolate sul debito residuo relativo al tempo precedente,*

- *la chiusura del piano di ammortamento è assicurata dal fatto che la somma delle quote capitali e la somma dei valori attuali della rate coincidono con il debito iniziale e che, al tempo stesso, la somma dei montanti delle rate (somma delle analoghe somme delle quote interessi e delle quote capitali) coincide con il montante finale del debito iniziale:* $265329.77=100000*1.05^{20}$.

Ammortamento a tasso fisso in CS

Per realizzare tale piano è sufficiente sostituire ai tassi variabili precedentemente indicati dei particolari tassi variabili definibili, attualizzando, secondo il regime finanziario della capitalizzazione semplice, il tasso costante (contrattuale) i. In tale situazione, indicando con R^{cs} *la rata (costante) di rimborso, la condizione di equità dell'ammortamento di un mutuo "alla francese" in capitalizzazione semplice risulta*

Ammortamento a tasso fisso in CS

$$D_0 = R^{cs} a_{\overline{n}|\frac{i}{1+(n-k)i}\,(k=1,\dots,n)} = R^{cs} \sum_{k=1}^{n} v_{\overline{k}|\frac{i}{1+(n-k)i}\,(k=1,\dots,n)}$$

$$= R^{cs} \sum_{k=1}^{n} \prod_{g=1}^{k} \frac{1}{1+\frac{i}{1+(n-g)i}} = R^{cs} \sum_{k=1}^{n} \prod_{g=1}^{k} \frac{1+(n-g)i}{1+(n-g+1)i}$$

$$= R^{cs} \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1+(n-1)i}{1+ni} \cdot \frac{1+(n-2)i}{1+(n-1)i} \cdots \frac{1+(n-k)i}{1+(n-k-1)i} \right)$$

$$= R^{cs} \sum_{k=1}^{n} \frac{1+(n-k)i}{1+ni} = R^{cs} \frac{n+\frac{n(n-1)}{2}i}{1+ni} = R^{cs} \frac{n\left(1+\frac{n-1}{2}i\right)}{1+ni}$$

Ammortamento a tasso fisso in CS

$$R^{cs} = \frac{D_0}{a_{\overline{n}|\frac{i}{1+(n-k)i}}\,(k=1,\dots,n)} = \frac{D_0\,(1+ni)}{n\left(1+\frac{n-1}{2}i\right)} \Rightarrow R^{cs} = \frac{100000}{14.75} = 6779.66$$

$$I_k^{cs} = \frac{iD_{k-1}^{cs}}{1+(n-k)i}$$

$$C_k^{cs} = R^{cs} - I_k^{cs}$$

$$D_k^{cs} = D_{k-1}^{cs} - C_k^{cs} = D_{k-1}^{cs} - R^{cs} + I_k^{cs} = D_{k-1}^{cs}\left(1+\frac{i}{1+(n-k)i}\right) - R^{cs}\ ,$$

$$D_n^{cs} = 0$$

Ammortamento a tasso fisso in CS

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo	Tassi	Val. Att.
0				100000.00		
1	6779.66	2564.10	4215.56	95784.44	2.5641%	0.975000
2	6779.66	2520.64	4259.02	91525.42	2.6316%	0.950000
3	6779.66	2473.66	4306.00	87219.42	2.7027%	0.925000
4	6779.66	2422.76	4356.90	82862.52	2.7778%	0.900000
5	6779.66	2367.50	4412.16	78450.36	2.8571%	0.875000
6	6779.66	2307.36	4472.30	73978.07	2.9412%	0.850000
7	6779.66	2241.76	4537.90	69440.16	3.0303%	0.825000
8	6779.66	2170.01	4609.66	64830.51	3.1250%	0.800000
9	6779.66	2091.31	4688.35	60142.15	3.2258%	0.775000
10	6779.66	2004.74	4774.92	55367.23	3.3333%	0.750000
11	6779.66	1909.21	4870.45	50496.79	3.4483%	0.725000
12	6779.66	1803.46	4976.20	45520.58	3.5714%	0.700000
13	6779.66	1685.95	5093.71	40426.87	3.7037%	0.675000
14	6779.66	1554.88	5224.78	35202.09	3.8462%	0.650000
15	6779.66	1408.08	5371.58	29830.51	4.0000%	0.625000
16	6779.66	1242.94	5536.72	24293.79	4.1667%	0.600000
17	6779.66	1056.25	5723.41	18570.38	4.3478%	0.575000
18	6779.66	844.11	5935.55	12634.82	4.5455%	0.550000
19	6779.66	601.66	6178.00	6456.82	4.7619%	0.525000
20	6779.66	322.84	6456.82	0.00	5.0000%	0.500000
Tot	135593.22	35593.22	100000.00		Val. Att.	14.750000
V.A.	100000.00	28075.82	71924.18		Rata	6779.66
Mont	200000.00	56151.65	143848.35			

Ammortamento a tasso fisso in CS

dove si può notare che:

la stesura del piano è conseguenza della relazione, secondo cui le quote interessi sono calcolate sul debito residuo relativo al tempo precedente, considerando sostanzialmente (a causa dei tassi di interesse attualizzati) il loro valore attuale, in capitalizzazione semplice, per il tempo intercorrente tra l'epoca di pagamento e il tempo finale (tempo nel quale tali quote interesse non attualizzate si sarebbero dovute pagare). Operando in tale modo, pur pagando ciascuna quota interessi alla scadenza della rata di riferimento, si evita la formazione di interessi su interessi precedentemente maturati.

Ammortamento a tasso fisso in CS

La chiusura del piano è assicurata dal fatto che la somma delle quote capitali e la somma dei valori attuali della rate coincidono con il debito iniziale e che, al tempo stesso, la somma dei montanti delle rate (somma delle analoghe somme delle quote interessi e delle quote capitali) coincide con il montante finale del debito iniziale: 200000.00=100000*(1+0.05*20).

N.B.: i valori attuali e i montanti indicati sono calcolati in capitalizzazione semplice al tasso contrattualizzato e, al tempo stesso, in capitalizzazione composta in base ai tassi attualizzati,

Ammortamento a tasso fisso in CS

il fatto che il piano di ammortamento in capitalizzazione composta con tassi attualizzati (dedotti dal tasso contrattuale) coincida algoritmicamente con il piano di ammortamento, realizzato in capitalizzazione semplice, con verifica della condizione di equità al tempo finale (scelta dipendente dalla condizione di equivalenza "relativa" tra le prestazioni finanziarie, conseguente alla proprietà di additività delle leggi del regime finanziario della capitalizzazione semplice), mostra come i due processi di ammortamento "alla francese", a tasso fisso, rispettivamente in capitalizzazione composta e in capitalizzazione semplice, siano casi particolari di uno unico processo di ammortamento in capitalizzazione composta "alla francese", a tassi variabili, e come quindi il cambio di regime finanziario possa realizzarsi, non solo cambiando gli algoritmi di calcolo, ma anche cambiando soltanto i tassi di interesse di riferimento per il calcolo.

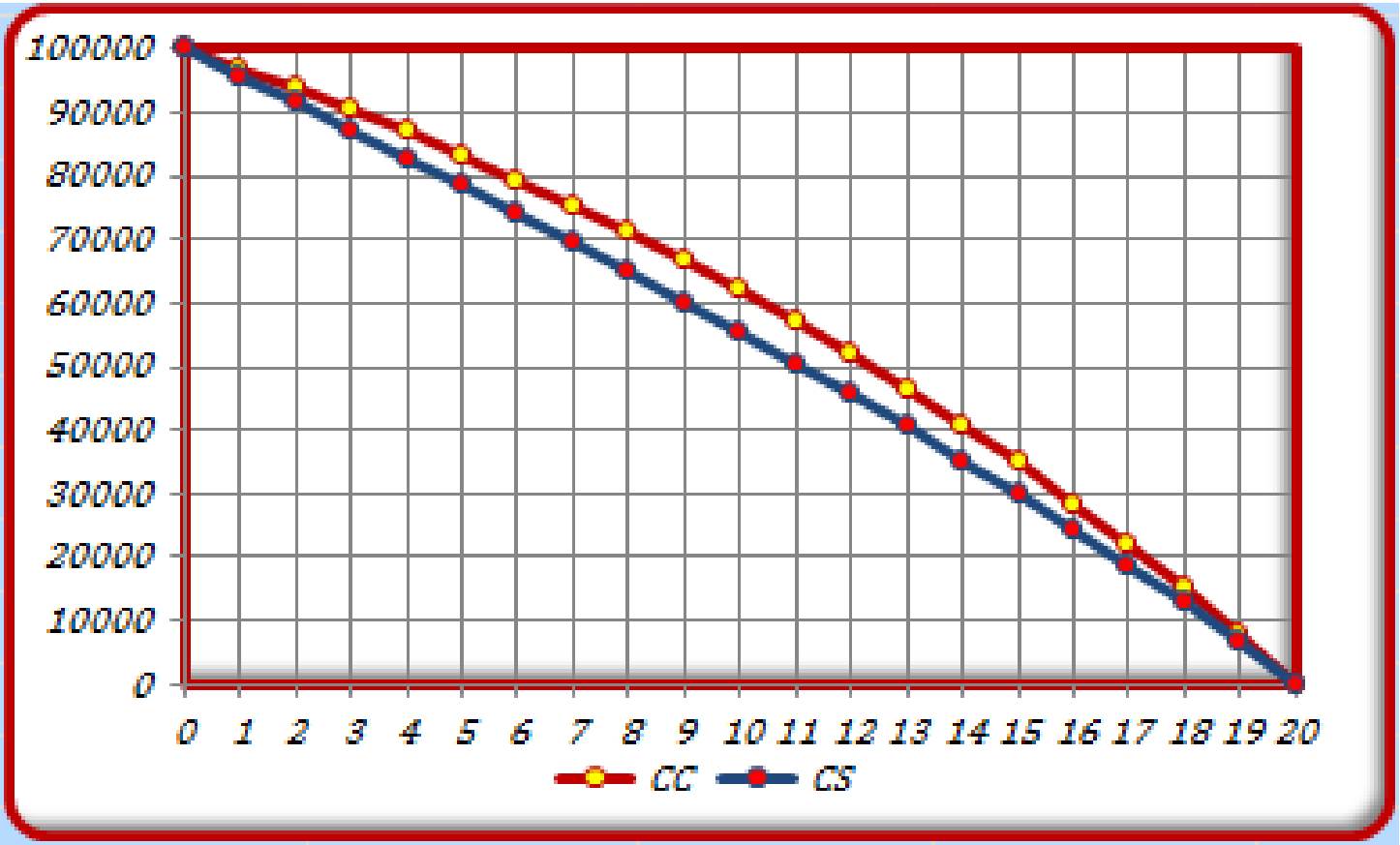
Ammortamento a tasso fisso in CS

Riferendosi a quanto indicato nelle slides precedenti, vale la seguente relazione tra valori attuali di rendite nei due regimi considerati:

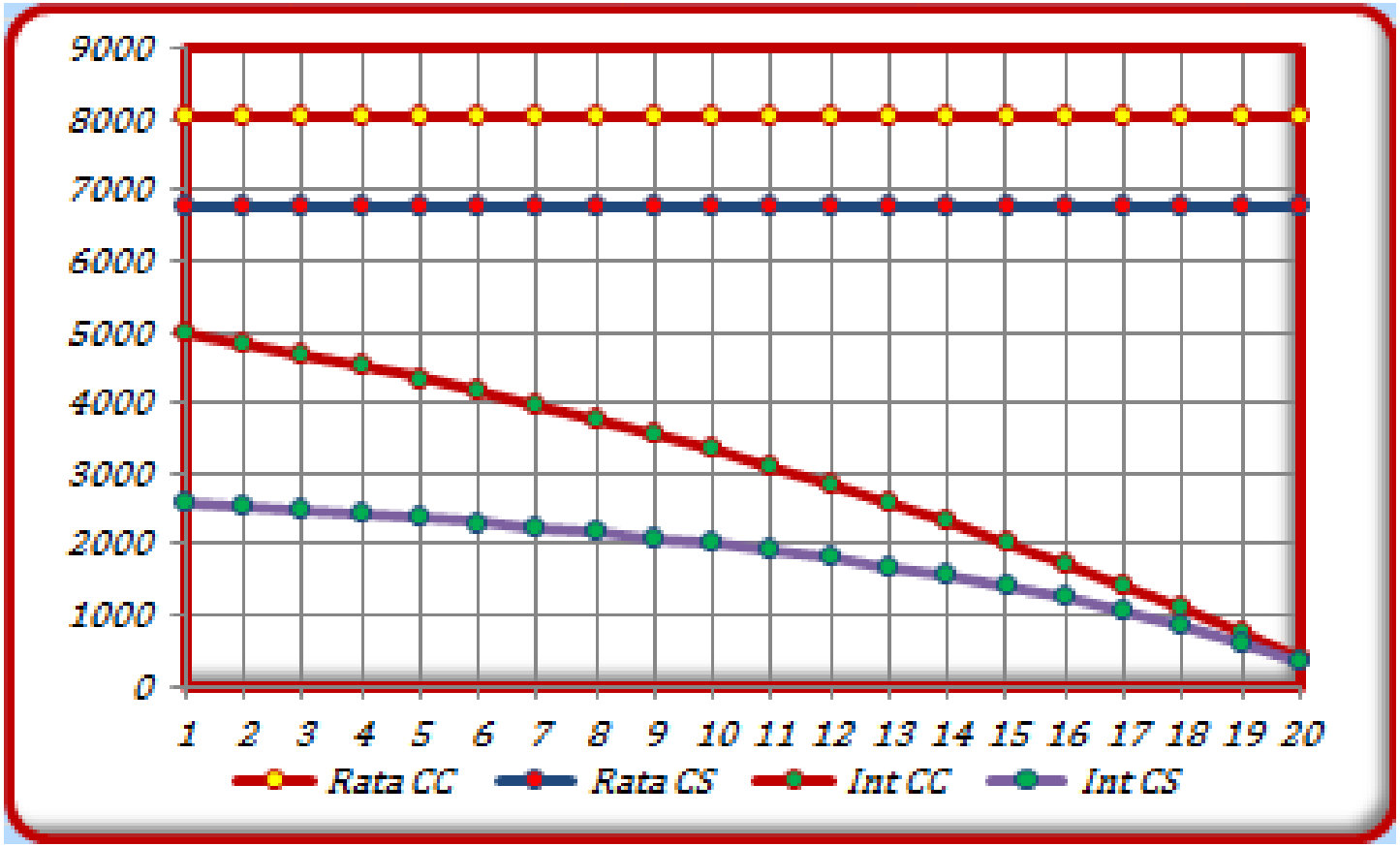
- ***Valore attuale nel regime della capitalizzazione composta a tassi variabili (tasso contrattuale attualizzato)***
- ***Valore attuale nel regime della capitalizzazione semplice a tasso fisso (contrattuale) con condizione di equità al tempo finale n***

$$a_{\overline{n|}\frac{i}{1+(n-k)i}\,(k=1,\ldots,n)} = \sum_{k=1}^{n}\prod_{g=1}^{k}\frac{1}{1+\frac{i}{1+(n-g)i}} = \frac{n\left(1+\frac{n-1}{2}i\right)}{1+ni} = a_{\overline{n|}i}^{cs(n)}$$

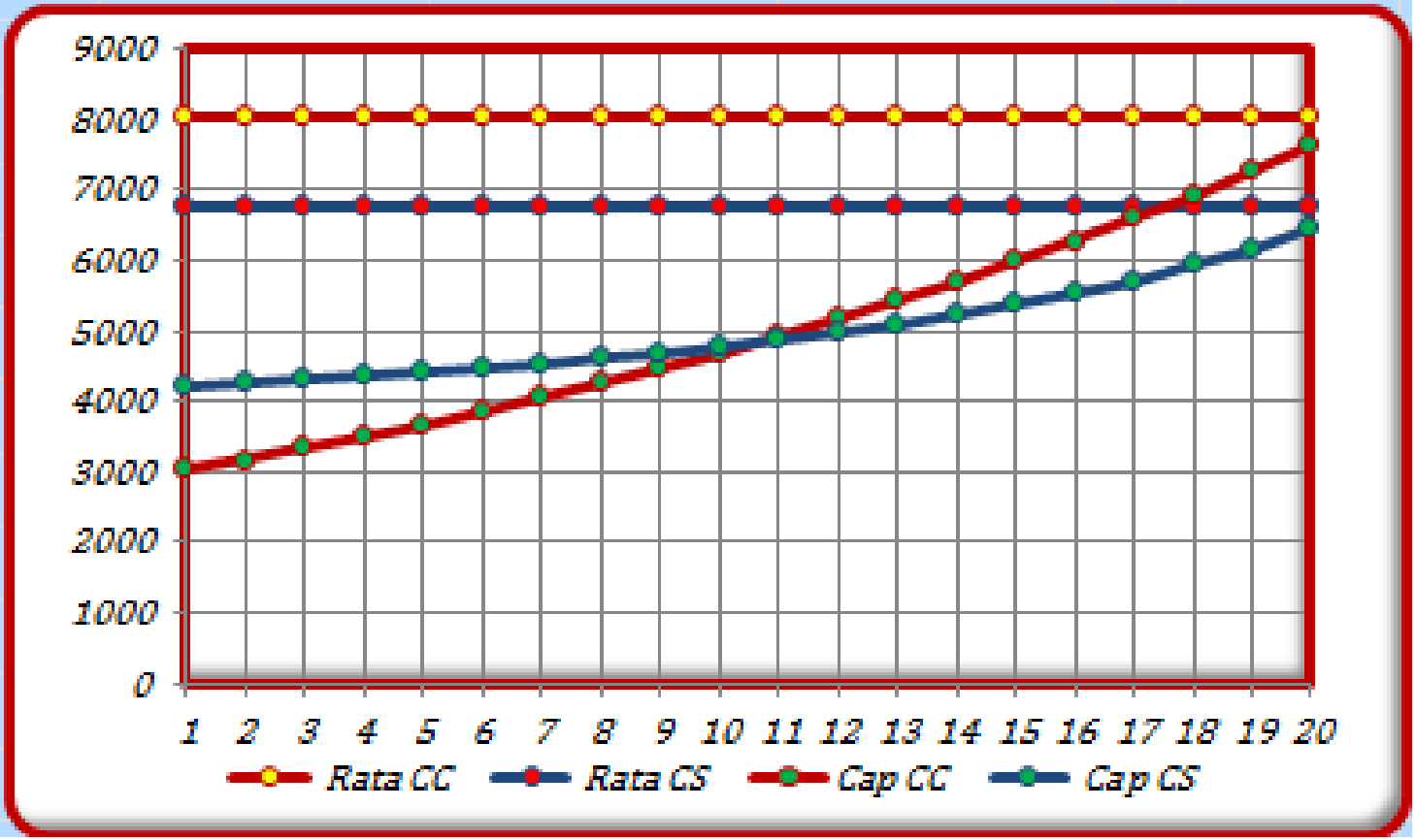
Andamento dei debiti residui in CC e CS



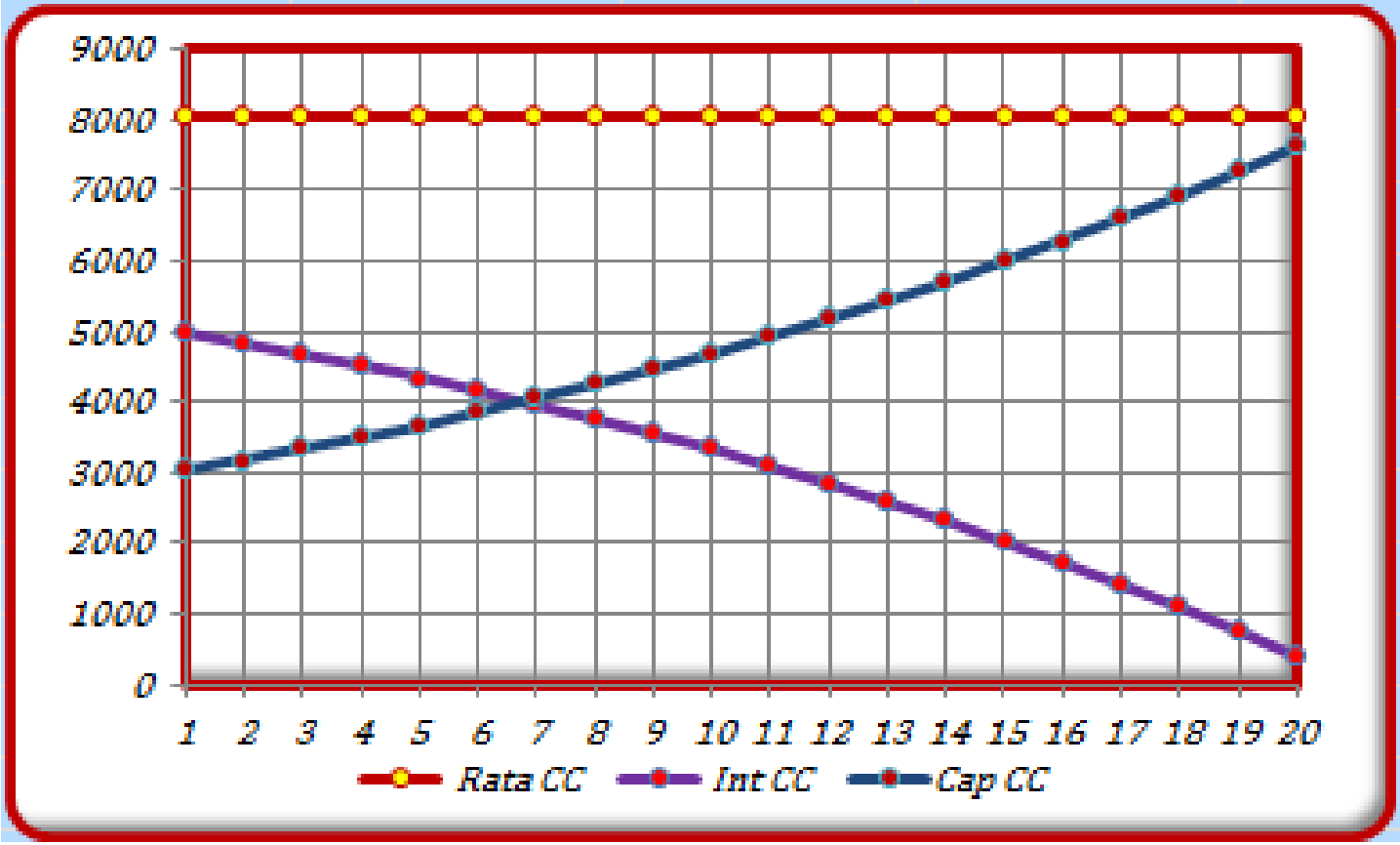
Andamento delle rate e delle quote interessi in CC e CS



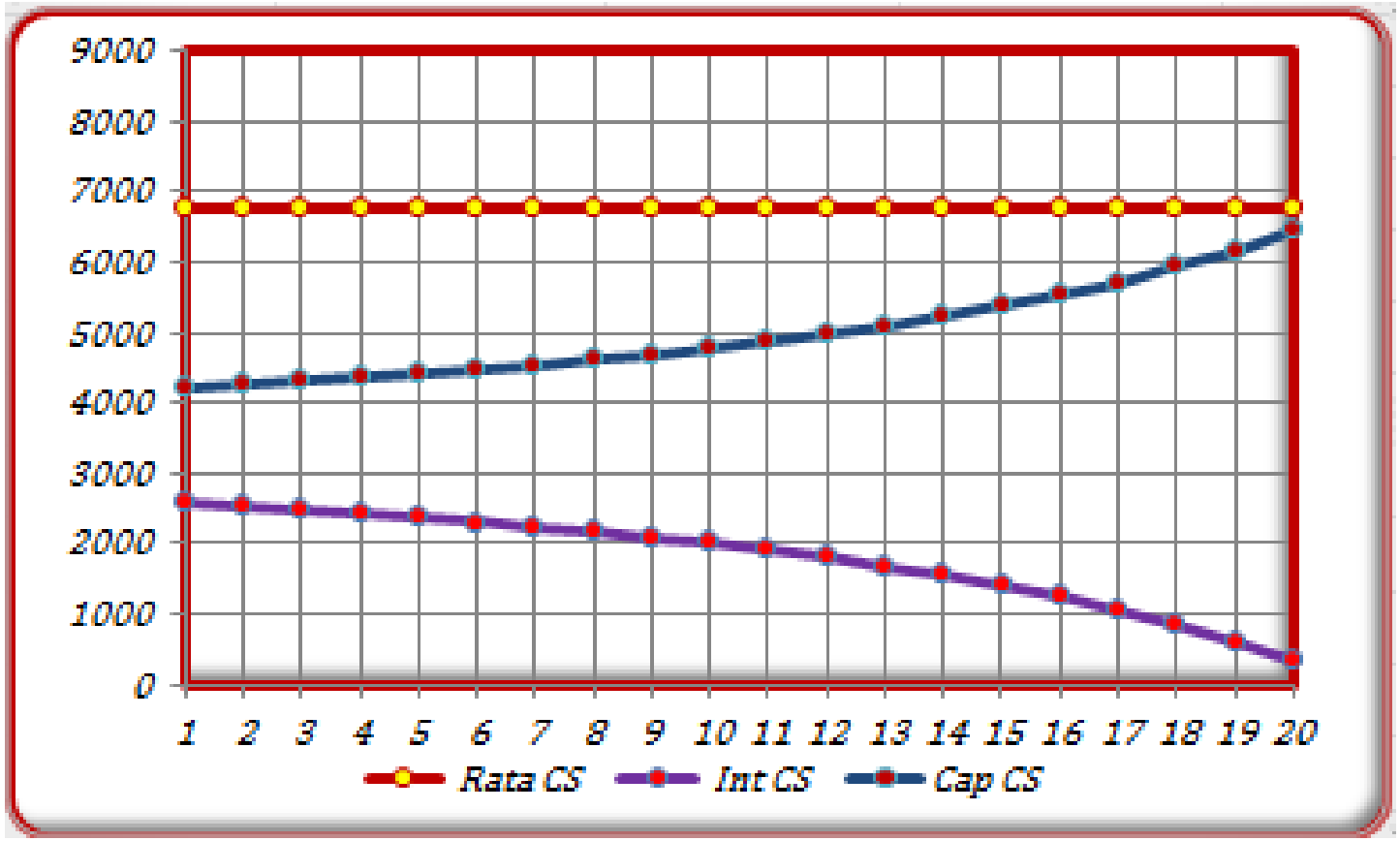
Andamento delle rate e delle quote capitale in CC e CS



Andamento delle rate, quote interessi e quote capitale in CC



Andamento delle rate, quote interessi e quote capitale in CS



Ammortamento "alla francese" di un mutuo nel regime finanziario della capitalizzazione semplice

Complementi 2: il problema della scelta dell'epoca di equità dell'operazione

Antonio e Alessandro Annibali, Carla Barracchini, Francesco Olivieri
www.attuariale.eu

Ammortamento a tassi variabili in CC

Modificando l'esempio considerato in precedenza (durata $\beta = 30, anziché\ \beta = 20$) e indicando con $R^{\#}$ la rata (costante) di rimborso in un mutuo "alla francese", con tassi variabili, in capitalizzazione composta caratterizzato da:

importo iniziale del prestito $D_0 = 100000$
durata dell'ammortamento (in anni) $\beta = 30$
frazionamento (annuo) delle rate $m = 1$
numero delle rate $n = \beta m = 30$
tassi nominali (variabili prefissati) d'interesse (k=1, 2,…,n)
$j_{1,k}$
tassi periodali (variabili prefissati) d'interesse (k=1,2,…,n)
$i_{1/1,k} = i_k$

Ammortamento a tassi variabili in CC

la condizione di equità del processo di ammortamento risulta

$$D_0 = R^{\#} a_{\overline{n}|i_{k\,(k=1,\dots,n)}} = R^{\#} \sum_{k=1}^{n} v_{\overline{k}|i_{g\,(g=1,\dots,k)}} = R^{\#} \sum_{k=1}^{n} \prod_{g=1}^{k} \frac{1}{1+i_g} =$$

$$= R^{\#} \left(\frac{1}{1+i_1} + \frac{1}{(1+i_1)(1+i_2)} + \cdots + \frac{1}{(1+i_1)(1+i_2)\dots(1+i_n)} \right)$$

da cui segue la rata di ammortamento

$$R^{\#} = \frac{D_0}{a_{\overline{n}|i_{k\,(k=1,\dots,n)}}} = \frac{D_0}{\frac{1}{1+i_1} + \frac{1}{(1+i_1)(1+i_2)} + \cdots + \frac{1}{(1+i_1)(1+i_2)\dots(1+i_n)}}$$

Ammortamento a tassi variabili in CC

Dalla conoscenza della rata $R^{\#}$, è possibile costruire il piano di ammortamento "in forma ricorsiva", calcolando progressivamente (per k=1,2,…,n):

$$I_k^{\#} = i_k D_{k-1}^{\#} \qquad (D_0^{\#} = D_0)$$

$$C_k^{\#} = R^{\#} - I_k^{\#}$$

$$D_k^{\#} = D_{k-1}^{\#} - C_k^{\#} = D_{k-1}^{\#} - (R^{\#} - i_k D_{k-1}^{\#}) = D_{k-1}^{\#}(1 + i_k) - R^{\#}$$

$$D_n^{\#} = 0$$

Ammortamento a tassi variabili in CC

*oppure "**in forma diretta**", calcolando i debiti residui (per k=0,1,…,n-1), ottenuti come somma dei valori attuali delle rate successive rispetto all'epoca k*

$$D_k^{\#} = R^{\#} a_{\overline{n-k}|i_{f\,(f=k+1,\dots,n)}} = R^{\#} \sum_{f=k+1}^{n} v_{\overline{f-k}|i_{g\,(g=k+1,\dots,f)}} = R^{\#} \sum_{f=k+1}^{n} \prod_{g=k+1}^{f} \frac{1}{1+i_g} =$$

$$= R^{\#} \left(\frac{1}{1+i_{k+1}} + \frac{1}{(1+i_{k+1})(1+i_{k+2})} + \dots + \frac{1}{(1+i_{k+1})(1+i_{k+2})\dots(1+i_n)} \right)$$

e successivamente (per k=1,2,…,n) le altre grandezze tipiche del piano di ammortamento:

Ammortamento a tassi variabili in CC

$$C_k^{\#} = D_{k-1}^{\#} - D_k^{\#} = R^{\#}\left(a_{\overline{n-k+1}|i_{f\,(f=k,\dots,n)}} - a_{\overline{n-k}|i_{f\,(f=k+1,\dots,n)}}\right) =$$

$$= R^{\#}\left(a_{\overline{n-k+1}|i_{f\,(f=k,\dots,n)}} - \left((1+i_k)a_{\overline{n-k+1}|i_{f\,(f=k,\dots,n)}} - 1\right)\right) =$$

$$= R^{\#}\left(1 - i_k a_{\overline{n-k+1}|i_{f\,(f=k,\dots,n)}}\right) = R^{\#} - i_k D_{k-1}^{\#}$$

$$I_k^{\#} = R^{\#} - C_k^{\#} = R^{\#} - \left(R^{\#} - i_k D_{k-1}^{\#}\right) = i_k D_{k-1}^{\#}$$

Nel prosieguo verranno confrontate le tre diverse ipotesi di specificazione dei tassi variabili indicati in precedenza e precisamente:

Ammortamento a tassi variabili in CC

Ipotesi di costanza dei tassi di interesse

Realizzazione del piano di ammortamento con tasso costante contrattuale nel regime della capitalizzazione composta

$$i_k = i \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

Ammortamento a tassi variabili in CC

Prima ipotesi di variabilità dei tassi di interesse,

ottenuta attualizzando in capitalizzazione semplice il tasso costante contrattuale per il periodo intercorrente tra l'epoca di riferimento di ciascuna rata e l'epoca finale del processo di ammortamento.

Realizzazione del piano di ammortamento con tassi variabili (di seguito indicati) nel regime della capitalizzazione composta, coincidente, a sua volta, con il piano di ammortamento con tasso costante contrattuale nel regime della capitalizzazione semplice, avendo scelto l'epoca finale, per la verifica dell'equità finanziaria dell'operazione di ammortamento

$$i_k = \frac{i}{1 + (n-k)i} \qquad (k = 1, 2, \dots, n)$$

Ammortamento a tassi variabili in CC

Seconda ipotesi di variabilità dei tassi di interesse,

ottenuta attualizzando in capitalizzazione semplice il tasso costante contrattuale per il periodo intercorrente tra l'epoca iniziale del processo di ammortamento e l'epoca di riferimento di ciascuna rata.

Realizzazione del piano di ammortamento con tassi variabili (di seguito indicati) nel regime della capitalizzazione composta, coincidente, a sua volta, con il piano di ammortamento con tasso costante contrattuale nel regime della capitalizzazione semplice, avendo scelto l'epoca iniziale, per la verifica dell'equità finanziaria dell'operazione di ammortamento

$$i_k = \frac{i}{1 + (k-1)i} \qquad (k = 1, 2, \dots, n)$$

Ammortamento a tassi variabili in CC

Piano di ammortamento a tasso costante in capitalizzazione composta

$$D_0 = Ra_{\overline{n|}i} = R\sum_{k=1}^{n} v_{\overline{k|}i} = R\sum_{k=1}^{n}\prod_{g=1}^{k}\frac{1}{1+i} = R\left(\frac{1}{1+i}+\frac{1}{(1+i)^2}+\cdots+\frac{1}{(1+i)^n}\right) =$$

$$= R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$R = \frac{D_0}{a_{\overline{n|}i}} = \frac{D_0\, i}{1-(1+i)^{-n}} \Rightarrow R = \frac{100000}{9.426914} = 10607.92$$

Ammortamento a tassi variabili in CC

Piano di ammortamento a tassi variabili (secondo la prima ipotesi di variabilità) in capitalizzazione composta ovvero a tasso costante in capitalizzazione semplice con epoca di verifica dell'equità finanziaria dell'operazione corrispondente all'epoca finale

$$D_0 = R^{\overrightarrow{cs}} a_{\overline{n}|_{\frac{i}{1+(n-k)i}}(k=1,\dots,n)} = R^{\overrightarrow{cs}} \sum_{k=1}^{n} v_{\overline{k}|_{\frac{i}{1+(n-g)i}}(g=1,\dots,k)} = R^{\overrightarrow{cs}} \sum_{k=1}^{n} \prod_{g=1}^{k} \frac{1}{1+\frac{i}{1+(n-g)i}} =$$

$$= R^{\overrightarrow{cs}} \sum_{k=1}^{n} \prod_{g=1}^{k} \frac{1+(n-g)i}{1+(n-g+1)i} = R^{\overrightarrow{cs}} \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1+(n-1)i}{1+ni} \cdot \frac{1+(n-2)i}{1+(n-1)i} \cdots \frac{1+(n-k)i}{1+(n-k-1)i} \right)$$

$$= R^{\overrightarrow{cs}} \sum_{k=1}^{n} \frac{1+(n-k)i}{1+ni} = R^{\overrightarrow{cs}} \frac{n\left(1+\frac{n-1}{2}i\right)}{1+ni} = R^{\overrightarrow{cs}} \frac{s^{cs}_{\overline{n}|i}}{r^{cs}_{\overline{n}|i}} = R^{\overrightarrow{cs}} a^{cs(n)}_{\overline{n}|i}$$

$$R^{\overrightarrow{cs}} = \frac{D_0}{a_{\overline{n}|_{\frac{i}{1+(n-k)i}}(k=1,\dots,n)}} = \frac{D_0\,(1+ni)}{n\left(1+\frac{n-1}{2}i\right)} = \frac{D_0}{a^{cs(n)}_{\overline{n}|i}} \Rightarrow R^{\overrightarrow{cs}} = \frac{100000}{18.375000} = 5442.18$$

Ammortamento a tassi variabili in CC

Piano di ammortamento a tassi variabili (secondo la seconda ipotesi di variabilità) in capitalizzazione composta ovvero a tasso costante in capitalizzazione semplice con epoca di verifica dell'equità finanziaria dell'operazione corrispondente all'epoca iniziale

$$D_0 = R^{\overleftarrow{cs}} a_{\overline{n|}\frac{i}{1+(k-1)i}(k=1,\dots,n)} = R^{\overleftarrow{cs}} \sum_{k=1}^{n} v_{\overline{k|}\frac{i}{1+(g-1)i}(g=1,\dots,k)} = R^{\overleftarrow{cs}} \sum_{k=1}^{n} \prod_{g=1}^{k} \frac{1}{1+\frac{i}{1+(g-1)i}} =$$

$$= R^{\overleftarrow{cs}} \sum_{k=1}^{n} \prod_{g=1}^{k} \frac{1+(g-1)i}{1+gi} = R^{\overleftarrow{cs}} \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{1+i} \cdot \frac{1+i}{1+2i} \cdots \frac{1+(k-1)i}{1+ki} \right)$$

$$= R^{\overleftarrow{cs}} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{1+ki} = R^{\overleftarrow{cs}} a_{\overline{n|}i}^{cs(0)}$$

$$R^{\overleftarrow{cs}} = \frac{D_0}{a_{\overline{n|}\frac{i}{1+(k-1)i}(k=1,\dots,n)}} = \frac{D_0}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{1+ki}} = \frac{D_0}{a_{\overline{n|}i}^{cs(0)}} \Rightarrow R^{cs} = \frac{100000}{13.495748} = 7409.74$$

Ammortamento a tassi variabili in CC

Dalla conoscenza delle rate è possibile costruire, "in forma ricorsiva", i piani di ammortamento, riportati negli Esempi 1, 2 e 3, calcolando progressivamente (per k=1,2,…,n):

$$I_k = iD_{k-1}$$

$$I_k^{\overrightarrow{cs}} = \frac{iD_{k-1}^{\overrightarrow{cs}}}{1+(n-k)i}$$

$$I_k^{\overleftarrow{cs}} = \frac{iD_{k-1}^{\overleftarrow{cs}}}{1+(k-1)i}$$

$$C_k = R - I_k$$

$$C_k^{\overrightarrow{cs}} = R^{\overrightarrow{cs}} - I_k^{\overrightarrow{cs}}$$

$$C_k^{\overleftarrow{cs}} = R^{\overleftarrow{cs}} - I_k^{\overleftarrow{cs}}$$

Ammortamento a tassi variabili in CC

$$D_k = D_{k-1} - C_k = D_{k-1} - (R - iD_{k-1}) = D_{k-1}(1+i) - R \quad (D_n = 0)$$

$$D_k^{\overrightarrow{cs}} = D_{k-1}^{\overrightarrow{cs}} - C_k^{\overrightarrow{cs}} = D_{k-1}^{\overrightarrow{cs}} - \left(R^{\overrightarrow{cs}} - \frac{iD_{k-1}^{\overrightarrow{cs}}}{1+(n-k)i}\right) =$$

$$= D_{k-1}^{\overrightarrow{cs}}\left(1 + \frac{i}{1+(n-k)i}\right) - R^{\overrightarrow{cs}} \quad (D_n^{\overrightarrow{cs}} = 0)$$

$$D_k^{\overleftarrow{cs}} = D_{k-1}^{\overleftarrow{cs}} - C_k^{\overleftarrow{cs}} = D_{k-1}^{\overleftarrow{cs}} - \left(R^{\overleftarrow{cs}} - \frac{iD_{k-1}^{\overleftarrow{cs}}}{1+(k-1)i}\right) =$$

$$= D_{k-1}^{\overleftarrow{cs}}\left(1 + \frac{i}{1+(k-1)i}\right) - R^{\overleftarrow{cs}} \quad (D_n^{\overleftarrow{cs}} = 0)$$

Ammortamento a tassi variabili in CC

Esempio 1 - Piano di ammortamento a tasso fisso in capitalizzazione composta

Esempio 2 - Piano di ammortamento a tassi variabili (secondo la prima ipotesi di variabilità) in capitalizzazione composta ovvero a tasso costante in capitalizzazione semplice con epoca di verifica dell'equità finanziaria dell'operazione corrispondente all'epoca finale

Esempio 3 - Piano di ammortamento a tassi variabili (secondo la seconda ipotesi di variabilità) in capitalizzazione composta ovvero a tasso costante in capitalizzazione semplice con epoca di verifica dell'equità finanziaria dell'operazione corrispondente all'epoca iniziale

Ammortamento a tassi variabili in CC

Tempi	Rata	Int	Cap	Deb	Tassi	Fat. Att.	Int/Rata
0				100000.00			
1	10607.92	10000.00	607.92	99392.08	10.0000%	0.909091	94.27%
2	10607.92	9939.21	668.72	98723.36	10.0000%	0.826446	93.70%
3	10607.92	9872.34	735.59	97987.77	10.0000%	0.751315	93.07%
4	10607.92	9798.78	809.15	97178.62	10.0000%	0.683013	92.37%
5	10607.92	9717.86	890.06	96288.56	10.0000%	0.620921	91.61%
6	10607.92	9628.86	979.07	95309.49	10.0000%	0.564474	90.77%
7	10607.92	9530.95	1076.98	94232.51	10.0000%	0.513158	89.85%
8	10607.92	9423.25	1184.67	93047.84	10.0000%	0.466507	88.83%
9	10607.92	9304.78	1303.14	91744.70	10.0000%	0.424098	87.72%
10	10607.92	9174.47	1433.45	90311.24	10.0000%	0.385543	86.49%
11	10607.92	9031.12	1576.80	88734.44	10.0000%	0.350494	85.14%
12	10607.92	8873.44	1734.48	86999.96	10.0000%	0.318631	83.65%
13	10607.92	8700.00	1907.93	85092.03	10.0000%	0.289664	82.01%
14	10607.92	8509.20	2098.72	82993.31	10.0000%	0.263331	80.22%
15	10607.92	8299.33	2308.59	80684.72	10.0000%	0.239392	78.24%
16	10607.92	8068.47	2539.45	78145.27	10.0000%	0.217629	76.06%
17	10607.92	7814.53	2793.40	75351.87	10.0000%	0.197845	73.67%
18	10607.92	7535.19	3072.74	72279.13	10.0000%	0.179859	71.03%
19	10607.92	7227.91	3380.01	68899.12	10.0000%	0.163508	68.14%
20	10607.92	6889.91	3718.01	65181.11	10.0000%	0.148644	64.95%
21	10607.92	6518.11	4089.81	61091.29	10.0000%	0.135131	61.45%
22	10607.92	6109.13	4498.80	56592.50	10.0000%	0.122846	57.59%
23	10607.92	5659.25	4948.68	51643.82	10.0000%	0.111678	53.35%
24	10607.92	5164.38	5443.54	46200.28	10.0000%	0.101526	48.68%
25	10607.92	4620.03	5987.90	40212.38	10.0000%	0.092296	43.55%
26	10607.92	4021.24	6586.69	33625.69	10.0000%	0.083905	37.91%
27	10607.92	3362.57	7245.36	26380.34	10.0000%	0.076278	31.70%
28	10607.92	2638.03	7969.89	18410.45	10.0000%	0.069343	24.87%
29	10607.92	1841.04	8766.88	9643.57	10.0000%	0.063039	17.36%
30	10607.92	964.36	9643.57	0.00	10.0000%	0.057309	9.09%
Tot	318237.74	218237.74	100000.00		Val. Att.	9.426914	68.58%
V.A.	100000.00	83420.23	16579.77		Rata	10607.92	83.42%
Mont	1744940.23	1455633.19	289307.04				83.42%

Ammortamento a tassi variabili in CC

Tempi	Rata	Int	Cap	Deb	Tassi	Fat. Att.	Int/Rata
0				100000.00			
1	5442.18	2564.10	2878.07	97121.93	2.5641%	0.975000	47.12%
2	5442.18	2555.84	2886.34	94235.59	2.6316%	0.950000	46.96%
3	5442.18	2546.91	2895.27	91340.32	2.7027%	0.925000	46.80%
4	5442.18	2537.23	2904.95	88435.37	2.7778%	0.900000	46.62%
5	5442.18	2526.72	2915.45	85519.92	2.8571%	0.875000	46.43%
6	5442.18	2515.29	2926.89	82593.04	2.9412%	0.850000	46.22%
7	5442.18	2502.82	2939.36	79653.68	3.0303%	0.825000	45.99%
8	5442.18	2489.18	2953.00	76700.68	3.1250%	0.800000	45.74%
9	5442.18	2474.22	2967.96	73732.72	3.2258%	0.775000	45.46%
10	5442.18	2457.76	2984.42	70748.30	3.3333%	0.750000	45.16%
11	5442.18	2439.60	3002.58	67745.72	3.4483%	0.725000	44.83%
12	5442.18	2419.49	3022.69	64723.03	3.5714%	0.700000	44.46%
13	5442.18	2397.15	3045.03	61678.00	3.7037%	0.675000	44.05%
14	5442.18	2372.23	3069.95	58608.06	3.8462%	0.650000	43.59%
15	5442.18	2344.32	3097.85	55510.20	4.0000%	0.625000	43.08%
16	5442.18	2312.93	3129.25	52380.95	4.1667%	0.600000	42.50%
17	5442.18	2277.43	3164.74	49216.21	4.3478%	0.575000	41.85%
18	5442.18	2237.10	3205.08	46011.13	4.5455%	0.550000	41.11%
19	5442.18	2191.01	3251.17	42759.96	4.7619%	0.525000	40.26%
20	5442.18	2138.00	3304.18	39455.78	5.0000%	0.500000	39.29%
21	5442.18	2076.62	3365.56	36090.23	5.2632%	0.475000	38.16%
22	5442.18	2005.01	3437.16	32653.06	5.5556%	0.450000	36.84%
23	5442.18	1920.77	3521.41	29131.65	5.8824%	0.425000	35.29%
24	5442.18	1820.73	3621.45	25510.20	6.2500%	0.400000	33.46%
25	5442.18	1700.68	3741.50	21768.71	6.6667%	0.375000	31.25%
26	5442.18	1554.91	3887.27	17881.44	7.1429%	0.350000	28.57%
27	5442.18	1375.50	4066.68	13814.76	7.6923%	0.325000	25.27%
28	5442.18	1151.23	4290.95	9523.81	8.3333%	0.300000	21.15%
29	5442.18	865.80	4576.38	4947.43	9.0909%	0.275000	15.91%
30	5442.18	494.74	4947.43	0.00	10.0000%	0.250000	9.09%
Tot	163265.31	63265.31	100000.00		Val. Att.	18.375000	38.75%
V.A.	100000.00	41737.30	58262.70		Rata	5442.18	41.74%
Mont	400000.00	166949.19	233050.81				41.74%

Ammortamento a tassi variabili in CC

Tempi	Rata	Int	Cap	Deb	Tassi	Fat. Att.	Int/Rata
0				100000.00			
1	7409.74	10000.00	-2590.26	102590.26	10.0000%	0.909091	134.96%
2	7409.74	9326.39	-1916.65	104506.90	9.0909%	0.833333	125.87%
3	7409.74	8708.91	-1299.17	105806.07	8.3333%	0.769231	117.53%
4	7409.74	8138.93	-729.19	106535.26	7.6923%	0.714286	109.84%
5	7409.74	7609.66	-199.92	106735.18	7.1429%	0.666667	102.70%
6	7409.74	7115.68	294.06	106441.12	6.6667%	0.625000	96.03%
7	7409.74	6652.57	757.17	105683.95	6.2500%	0.588235	89.78%
8	7409.74	6216.70	1193.04	104490.91	5.8824%	0.555556	83.90%
9	7409.74	5805.05	1604.69	102886.22	5.5556%	0.526316	78.34%
10	7409.74	5415.06	1994.68	100891.54	5.2632%	0.500000	73.08%
11	7409.74	5044.58	2365.16	98526.37	5.0000%	0.476190	68.08%
12	7409.74	4691.73	2718.01	95808.36	4.7619%	0.454545	63.32%
13	7409.74	4354.93	3054.82	92753.55	4.5455%	0.434783	58.77%
14	7409.74	4032.76	3376.98	89376.57	4.3478%	0.416667	54.43%
15	7409.74	3724.02	3685.72	85690.85	4.1667%	0.400000	50.26%
16	7409.74	3427.63	3982.11	81708.75	4.0000%	0.384615	46.26%
17	7409.74	3142.64	4267.10	77441.65	3.8462%	0.370370	42.41%
18	7409.74	2868.21	4541.53	72900.12	3.7037%	0.357143	38.71%
19	7409.74	2603.58	4806.17	68093.95	3.5714%	0.344828	35.14%
20	7409.74	2348.07	5061.67	63032.28	3.4483%	0.333333	31.69%
21	7409.74	2101.08	5308.67	57723.61	3.3333%	0.322581	28.36%
22	7409.74	1862.05	5547.69	52175.92	3.2258%	0.312500	25.13%
23	7409.74	1630.50	5779.24	46396.68	3.1250%	0.303030	22.00%
24	7409.74	1405.96	6003.78	40392.90	3.0303%	0.294118	18.97%
25	7409.74	1188.03	6221.71	34171.18	2.9412%	0.285714	16.03%
26	7409.74	976.32	6433.42	27737.76	2.8571%	0.277778	13.18%
27	7409.74	770.49	6639.25	21098.51	2.7778%	0.270270	10.40%
28	7409.74	570.23	6839.51	14259.00	2.7027%	0.263158	7.70%
29	7409.74	375.24	7034.50	7224.50	2.6316%	0.256410	5.06%
30	7409.74	185.24	7224.50	0.00	2.5641%	0.250000	2.50%
Tot	222292.24	122292.24	100000.00		Val. Att.	13.495748	55.01%
V.A.	100000.00	70089.79	29910.21		Rata	7409.74	70.09%
Mont	400000.00	280359.17	119640.83				70.09%

Considerazioni

I tre piani di ammortamento, riportati negli Esempi 1, 2 e 3, sono stati ottenuti come casi particolari di un piano di ammortamento "alla francese" in capitalizzazione composta a tassi variabili, ipotizzando rispettivamente:

- *la costanza dei tassi di interesse*
- *la variabilità crescente dei tassi di interesse nell'Esempio 2, in conseguenza della scelta dell'epoca finale di equità finanziaria*
- *la variabilità decrescente dei tassi di interesse nell'Esempio 3, in conseguenza della scelta dell'epoca iniziale di equità finanziaria*

Considerazioni

Mentre il primo piano (Es.1) è il tipico piano di ammortamento "alla francese" in capitalizzazione composta a tasso fisso, gli altri due (Es.2 e 3), pur essendo stilati in capitalizzazione composta a tassi variabili, coincidono numericamente con due piani di ammortamento "alla francese" in capitalizzazione semplice a tasso fisso, con verifica dell'equità finanziaria dell'operazione all'epoca finale oppure all'epoca iniziale dell'operazione stessa.

$$R = \frac{D_0}{a_{\overline{n|}i}} = \frac{D_0\, i}{1-(1+i)^{-n}} \Rightarrow R = \frac{100000}{9.426914} = 10607.92$$

$$R^{\overrightarrow{cs}} = \frac{D_0}{a_{\overline{n|}\frac{i}{1+(n-k)i}\,(k=1,\dots,n)}} = \frac{D_0\,(1+ni)}{n\left(1+\frac{n-1}{2}i\right)} = \frac{D_0}{a^{cs(n)}_{\overline{n|}i}} \Rightarrow R^{\overrightarrow{cs}} = \frac{100000}{18.375000} = 5442.18$$

$$R^{\overleftarrow{cs}} = \frac{D_0}{a_{\overline{n|}\frac{i}{1+(k-1)i}\,(k=1,\dots,n)}} = \frac{D_0}{\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{1+ki}} = \frac{D_0}{a^{cs(0)}_{\overline{n|}i}} \Rightarrow R^{cs} = \frac{100000}{13.495748} = 7409.74$$

Considerazioni

I piani di ammortamento presentati "in forma ricorsiva" negli Esempi 1, 2 e 3 possono essere rispettivamente costruiti "in forma diretta", calcolando i debiti residui (per k=1,2,…,n), come somma dei valori attuali delle successive rate

$$D_k = R a_{\overline{n-k|}i} = R \sum_{f=k+1}^{n} v_{\overline{f-k|}i} = R \sum_{f=k+1}^{n} \prod_{g=k+1}^{f} \frac{1}{1+i} = R \frac{1-(1+i)^{-(n-k)}}{i}$$

Considerazioni

$$D_k^{\overrightarrow{cs}} = R^{\overrightarrow{cs}} a_{\overline{n-k}|\frac{i}{1+(n-f)i}(f=k+1,\dots,n)} = R^{\overrightarrow{cs}} \sum_{f=k+1}^{n} v_{\overline{f-k}|\frac{i}{1+(n-g)i}(g=k+1,\dots,f)} =$$

$$= R^{\overrightarrow{cs}} \sum_{f=k+1}^{n} \prod_{g=k+1}^{f} \frac{1}{1+\frac{i}{1+(n-g)i}} = R^{\overrightarrow{cs}} \sum_{f=k+1}^{n} \prod_{g=k+1}^{f} \frac{1+(n-g)i}{1+(n-g+1)i} =$$

$$= R^{\overrightarrow{cs}} \sum_{f=k+1}^{n} \left(\frac{1+(n-k-1)i}{1+(n-k)i} \cdot \frac{1+(n-k-2)i}{1+(n-k-1)i} \cdots \frac{1+(n-f)i}{1+(n-f-1)i} \right) =$$

$$= R^{\overrightarrow{cs}} \sum_{f=k+1}^{n} \frac{1+(n-f)i}{1+(n-k)i} = R^{\overrightarrow{cs}} \frac{(n-k)\left(1+\frac{n-k-1}{2}i\right)}{1+(n-k)i} = R^{\overrightarrow{cs}} \frac{s^{cs}_{\overline{n-k}|i}}{r^{cs}_{\overline{n-k}|i}}$$

$$= R^{\overrightarrow{cs}} a^{cs(n-k)}_{\overline{n-k}|i}$$

Considerazioni

$$D_k^{\overleftarrow{cs}} = R^{\overleftarrow{cs}} a_{\overline{n-k}|\frac{i}{1+(f-1)i}\,(f=k+1,\dots,n)} = R^{\overleftarrow{cs}} \sum_{f=k+1}^{n} v_{\overline{f-k}|\frac{i}{1+(g-1)i}\,(g=k+1,\dots,f)} =$$

$$= R^{\overleftarrow{cs}} \sum_{f=k+1}^{n} \prod_{g=k+1}^{f} \frac{1}{1+\frac{i}{1+(g-1)i}} = R^{\overleftarrow{cs}} \sum_{f=k+1}^{n} \prod_{g=k+1}^{f} \frac{1+(g-1)i}{1+gi} =$$

$$= R^{\overleftarrow{cs}} \sum_{f=k+1}^{n} \left(\frac{1+ki}{1+(k+1)i} \cdot \frac{1+(k+1)i}{1+(k+2)i} \cdots \frac{1+(f-1)i}{1+fi} \right) = R^{\overleftarrow{cs}} \sum_{f=k+1}^{n} \frac{1+ki}{1+fi} =$$

$$= R^{\overleftarrow{cs}} \left(\sum_{f=k+1}^{n} \frac{1}{1+fi} \right) (1+ki) = R^{\overleftarrow{cs}} \left(a_{\overline{n}|i}^{cs} - a_{\overline{k}|i}^{cs} \right) r_{\overline{k}|i}^{cs}$$

Nota metodologica 1

Dall'esame delle formule relative ai debiti residui $D_k^{\overrightarrow{cs}}$ e $D_k^{\overleftarrow{cs}}$ risulta evidente come, nel caso dell'ammortamento con variabilità crescente dei tassi di interesse (Esempio 2), il valore attuale in capitalizzazione composta delle rate successive all'epoca k corrisponde algoritmicamente al valore attuale al tempo k del montante di tali rate al tempo finale n (di equità dell'operazione finanziaria), mentre, simmetricamente, nel caso dell'ammortamento con variabilità decrescente dei tassi di interesse (Esempio 3), il valore attuale in capitalizzazione composta delle rate successive all'epoca k corrisponde algoritmicamente al montante al tempo k del valore attuale di tali rate al tempo iniziale 0 (di equità dell'operazione finanziaria), come indicato nei piani dei successivi Esempi (2 e 3) bis

Confronto tra piani di ammortamento

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100000.00
1	5442.18			97121.93
2	5442.18			94235.59
3	5442.18			91340.32
4	5442.18			88435.37
5	5442.18			85519.92
6	5442.18			82593.04
7	5442.18			79653.68
8	5442.18			76700.68
9	5442.18			73732.72
10	5442.18			70748.30
11	5442.18			67745.72
12	5442.18			64723.03
13	5442.18			61678.00
14	5442.18			58608.06
15	5442.18			55510.20
16	5442.18			52380.95
17	5442.18			49216.21
18	5442.18			46011.13
19	5442.18			42759.96
20	5442.18			39455.78
21	5442.18			36090.23
22	5442.18			32653.06
23	5442.18			29131.65
24	5442.18			25510.20
25	5442.18			21768.71
26	5442.18			17881.44
27	5442.18			13814.76
28	5442.18			9523.81
29	5442.18			4947.43
30	5442.18			0.00
Tot	163265.31			
V.A.	100000.00			
Mont	400000.00			

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100000.00
1	7409.74			102590.26
2	7409.74			104506.90
3	7409.74			105806.07
4	7409.74			106535.26
5	7409.74			106735.18
6	7409.74			106441.12
7	7409.74			105683.95
8	7409.74			104490.91
9	7409.74			102886.22
10	7409.74			100891.54
11	7409.74			98526.37
12	7409.74			95808.36
13	7409.74			92753.55
14	7409.74			89376.57
15	7409.74			85690.85
16	7409.74			81708.75
17	7409.74			77441.65
18	7409.74			72900.12
19	7409.74			68093.95
20	7409.74			63032.28
21	7409.74			57723.61
22	7409.74			52175.92
23	7409.74			46396.68
24	7409.74			40392.90
25	7409.74			34171.18
26	7409.74			27737.76
27	7409.74			21098.51
28	7409.74			14259.00
29	7409.74			7224.50
30	7409.74			0.00
Tot	222292.24			
V.A.	100000.00			
Mont	400000.00			

Considerazioni

definendo le quote capitali, come differenze tra due successivi debiti residui

$$C_k = D_{k-1} - D_k$$

$$C_k^{\overrightarrow{cs}} = D_{k-1}^{\overrightarrow{cs}} - D_k^{\overrightarrow{cs}}$$

$$C_k^{\overleftarrow{cs}} = D_{k-1}^{\overleftarrow{cs}} - D_k^{\overleftarrow{cs}}$$

Confronto tra piani di ammortamento

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100000.00
1	5442.18		2878.07	97121.93
2	5442.18		2886.34	94235.59
3	5442.18		2895.27	91340.32
4	5442.18		2904.95	88435.37
5	5442.18		2915.45	85519.92
6	5442.18		2926.89	82593.04
7	5442.18		2939.36	79653.68
8	5442.18		2953.00	76700.68
9	5442.18		2967.96	73732.72
10	5442.18		2984.42	70748.30
11	5442.18		3002.58	67745.72
12	5442.18		3022.69	64723.03
13	5442.18		3045.03	61678.00
14	5442.18		3069.95	58608.06
15	5442.18		3097.85	55510.20
16	5442.18		3129.25	52380.95
17	5442.18		3164.74	49216.21
18	5442.18		3205.08	46011.13
19	5442.18		3251.17	42759.96
20	5442.18		3304.18	39455.78
21	5442.18		3365.56	36090.23
22	5442.18		3437.16	32653.06
23	5442.18		3521.41	29131.65
24	5442.18		3621.45	25510.20
25	5442.18		3741.50	21768.71
26	5442.18		3887.27	17881.44
27	5442.18		4066.68	13814.76
28	5442.18		4290.95	9523.81
29	5442.18		4576.38	4947.43
30	5442.18		4947.43	0.00
Tot	163265.31		100000.00	
V.A.	100000.00		58262.70	
Mont	400000.00		233050.81	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100000.00
1	7409.74		-2590.26	102590.26
2	7409.74		-1916.65	104506.90
3	7409.74		-1299.17	105806.07
4	7409.74		-729.19	106535.26
5	7409.74		-199.92	106735.18
6	7409.74		294.06	106441.12
7	7409.74		757.17	105683.95
8	7409.74		1193.04	104490.91
9	7409.74		1604.69	102886.22
10	7409.74		1994.68	100891.54
11	7409.74		2365.16	98526.37
12	7409.74		2718.01	95808.36
13	7409.74		3054.82	92753.55
14	7409.74		3376.98	89376.57
15	7409.74		3685.72	85690.85
16	7409.74		3982.11	81708.75
17	7409.74		4267.10	77441.65
18	7409.74		4541.53	72900.12
19	7409.74		4806.17	68093.95
20	7409.74		5061.67	63032.28
21	7409.74		5308.67	57723.61
22	7409.74		5547.69	52175.92
23	7409.74		5779.24	46396.68
24	7409.74		6003.78	40392.90
25	7409.74		6221.71	34171.18
26	7409.74		6433.42	27737.76
27	7409.74		6639.25	21098.51
28	7409.74		6839.51	14259.00
29	7409.74		7034.50	7224.50
30	7409.74		7224.50	0.00
Tot	222292.24		100000.00	
V.A.	100000.00		29910.21	
Mont	400000.00		119640.83	

Considerazioni

e le quote interessi, come differenze tra le rate e le corrispondenti quote capitali,

$$I_k = R - C_k = R - D_{k-1} + D_k = R - D_{k-1} + D_{k-1}(1+i) - R = iD_{k-1}$$

$$I_k^{\overrightarrow{cs}} = R^{\overrightarrow{cs}} - C_k^{\overrightarrow{cs}} = R^{\overrightarrow{cs}} - D_{k-1}^{\overrightarrow{cs}} + D_k^{\overrightarrow{cs}} = R^{\overrightarrow{cs}} - D_{k-1}^{\overrightarrow{cs}} + D_{k-1}^{\overrightarrow{cs}}\left(1 + \frac{i}{1+(n-k)i}\right) - R^{\overrightarrow{cs}} =$$

$$= \frac{iD_{k-1}^{\overrightarrow{cs}}}{1+(n-k)i} = iD_{k-1}^{\overrightarrow{cs}} v_{\overline{n-k}|i}^{cs}$$

$$I_k^{\overleftarrow{cs}} = R^{\overleftarrow{cs}} - C_k^{\overleftarrow{cs}} = R^{\overleftarrow{cs}} - D_{k-1}^{\overleftarrow{cs}} + D_k^{\overleftarrow{cs}} = R^{\overleftarrow{cs}} - D_{k-1}^{\overleftarrow{cs}} + D_{k-1}^{\overleftarrow{cs}}\left(1 + \frac{i}{1+(k-1)i}\right) - R^{\overleftarrow{cs}} =$$

$$= \frac{iD_{k-1}^{\overleftarrow{cs}}}{1+(k-1)i} = iD_{k-1}^{\overrightarrow{cs}} v_{\overline{k-1}|i}^{cs}$$

Confronto tra piani di ammortamento

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100000.00
1	5442.18	2564.10	2878.07	97121.93
2	5442.18	2555.84	2886.34	94235.59
3	5442.18	2546.91	2895.27	91340.32
4	5442.18	2537.23	2904.95	88435.37
5	5442.18	2526.72	2915.45	85519.92
6	5442.18	2515.29	2926.89	82593.04
7	5442.18	2502.82	2939.36	79653.68
8	5442.18	2489.18	2953.00	76700.68
9	5442.18	2474.22	2967.96	73732.72
10	5442.18	2457.76	2984.42	70748.30
11	5442.18	2439.60	3002.58	67745.72
12	5442.18	2419.49	3022.69	64723.03
13	5442.18	2397.15	3045.03	61678.00
14	5442.18	2372.23	3069.95	58608.06
15	5442.18	2344.32	3097.85	55510.20
16	5442.18	2312.93	3129.25	52380.95
17	5442.18	2277.43	3164.74	49216.21
18	5442.18	2237.10	3205.08	46011.13
19	5442.18	2191.01	3251.17	42759.96
20	5442.18	2138.00	3304.18	39455.78
21	5442.18	2076.62	3365.56	36090.23
22	5442.18	2005.01	3437.16	32653.06
23	5442.18	1920.77	3521.41	29131.65
24	5442.18	1820.73	3621.45	25510.20
25	5442.18	1700.68	3741.50	21768.71
26	5442.18	1554.91	3887.27	17881.44
27	5442.18	1375.50	4066.68	13814.76
28	5442.18	1151.23	4290.95	9523.81
29	5442.18	865.80	4576.38	4947.43
30	5442.18	494.74	4947.43	0.00
Tot	163265.31	63265.31	100000.00	
V.A.	100000.00	41737.30	58262.70	
Mont	400000.00	166949.19	233050.81	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100000.00
1	7409.74	10000.00	-2590.26	102590.26
2	7409.74	9326.39	-1916.65	104506.90
3	7409.74	8708.91	-1299.17	105806.07
4	7409.74	8138.93	-729.19	106535.26
5	7409.74	7609.66	-199.92	106735.18
6	7409.74	7115.68	294.06	106441.12
7	7409.74	6652.57	757.17	105683.95
8	7409.74	6216.70	1193.04	104490.91
9	7409.74	5805.05	1604.69	102886.22
10	7409.74	5415.06	1994.68	100891.54
11	7409.74	5044.58	2365.16	98526.37
12	7409.74	4691.73	2718.01	95808.36
13	7409.74	4354.93	3054.82	92753.55
14	7409.74	4032.76	3376.98	89376.57
15	7409.74	3724.02	3685.72	85690.85
16	7409.74	3427.63	3982.11	81708.75
17	7409.74	3142.64	4267.10	77441.65
18	7409.74	2868.21	4541.53	72900.12
19	7409.74	2603.58	4806.17	68093.95
20	7409.74	2348.07	5061.67	63032.28
21	7409.74	2101.08	5308.67	57723.61
22	7409.74	1862.05	5547.69	52175.92
23	7409.74	1630.50	5779.24	46396.68
24	7409.74	1405.96	6003.78	40392.90
25	7409.74	1188.03	6221.71	34171.18
26	7409.74	976.32	6433.42	27737.76
27	7409.74	770.49	6639.25	21098.51
28	7409.74	570.23	6839.51	14259.00
29	7409.74	375.24	7034.50	7224.50
30	7409.74	185.24	7224.50	0.00
Tot	222292.24	122292.24	100000.00	
V.A.	100000.00	70089.79	29910.21	
Mont	400000.00	280359.17	119640.83	

Nota metodologica 2

*Dall'esame delle precedenti formule relative alle quote interessi, risulta evidente come, nei due casi di ammortamento con variabilità (**crescente o decrescente**) dei tassi di interesse (Es. 2 e 3), le quote interessi possono essere anche definite **attualizzando il prodotto tra il tasso fisso e il debito residuo relativo al tempo precedente**.*

Ne segue che la formula $I_k = iD_{k-1}$ *(quota interesse pari al prodotto tra il tasso di interesse e il debito residuo precedente) risulta caratteristica del regime finanziario della **capitalizzazione composta**, mentre le due formule che prevedono il fattore di attualizzazione* $I_k^{\overrightarrow{cs}} = iD_{k-1}^{\overrightarrow{cs}} v_{\overline{n-k}|i}^{cs}$ *e* $I_k^{\overleftarrow{cs}} = iD_{k-1}^{\overrightarrow{cs}} v_{\overline{k-1}|i}^{cs}$ *(quota interesse pari al prodotto tra il tasso di interesse, il debito residuo precedente e il **fattore di attualizzazione**) risultano invece caratteristiche del regime della **capitalizzazione semplice**, con differenziazione a seconda della **scelta dell'epoca di equità** dell'operazione finanziaria.*

Osservazione 1

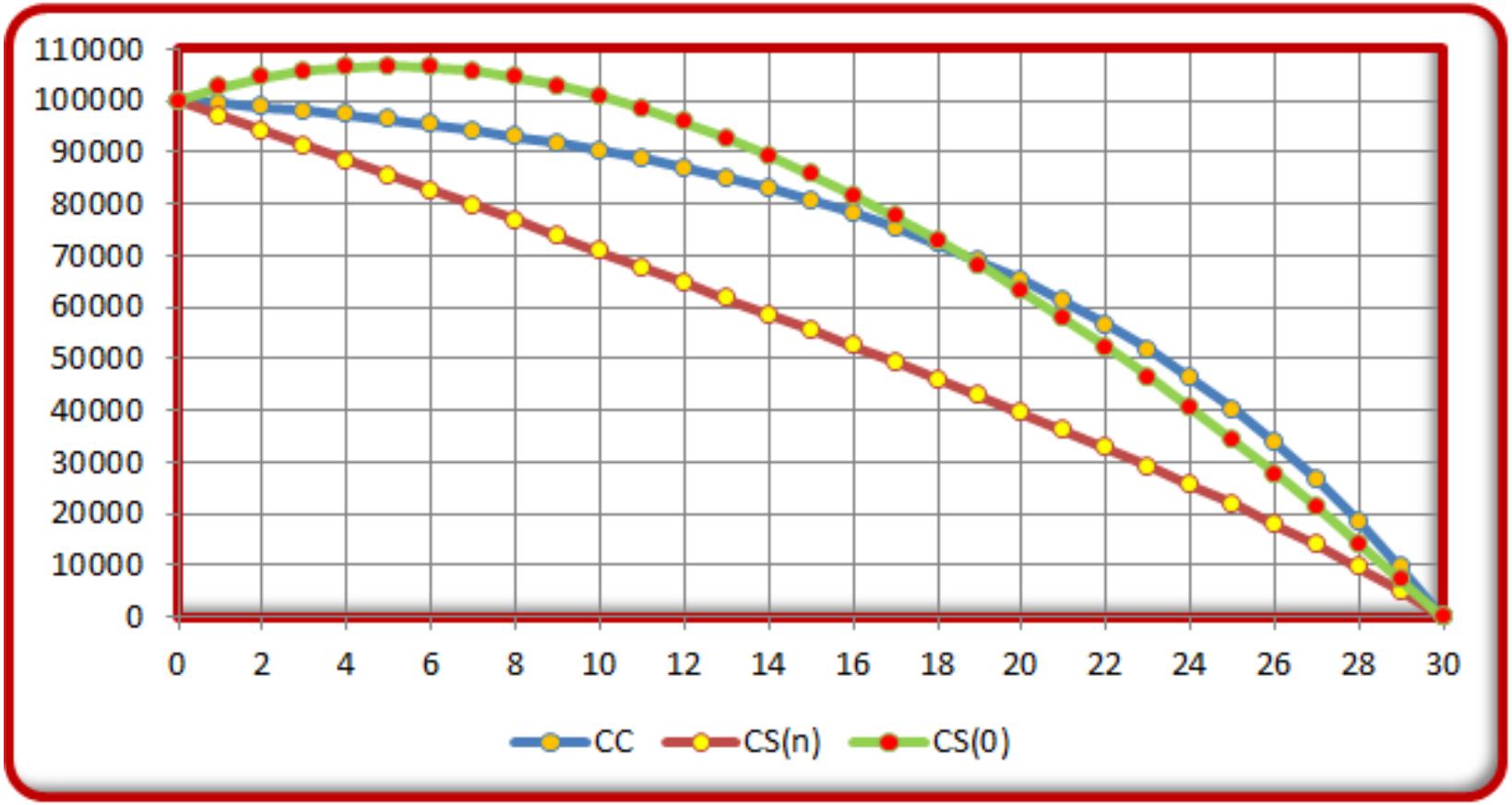
Mentre, nel caso (Esempio 1) di adozione del regime finanziario della capitalizzazione composta, il pagamento dell'intera quota interessi, al tempo di scadenza della rata, equivale a pagare (simmetricamente incassare) il suo montante al tempo finale, generando in tale modo un calcolo di interessi su interessi precedentemente maturati, al contrario, nel caso (Esempio 2, basato sull'approccio proposto da questi Autori degli articoli richiamati) di adozione del regime finanziario della capitalizzazione semplice, con epoca di equità corrispondente al tempo finale, il pagamento della quota interessi "in forma anticipata", al tempo di scadenza della rata, equivale a pagare (incassare) il suo valore attuale, per un importo finanziariamente equivalente all'intera quota interessi dovuta al tempo finale.

Osservazione 2

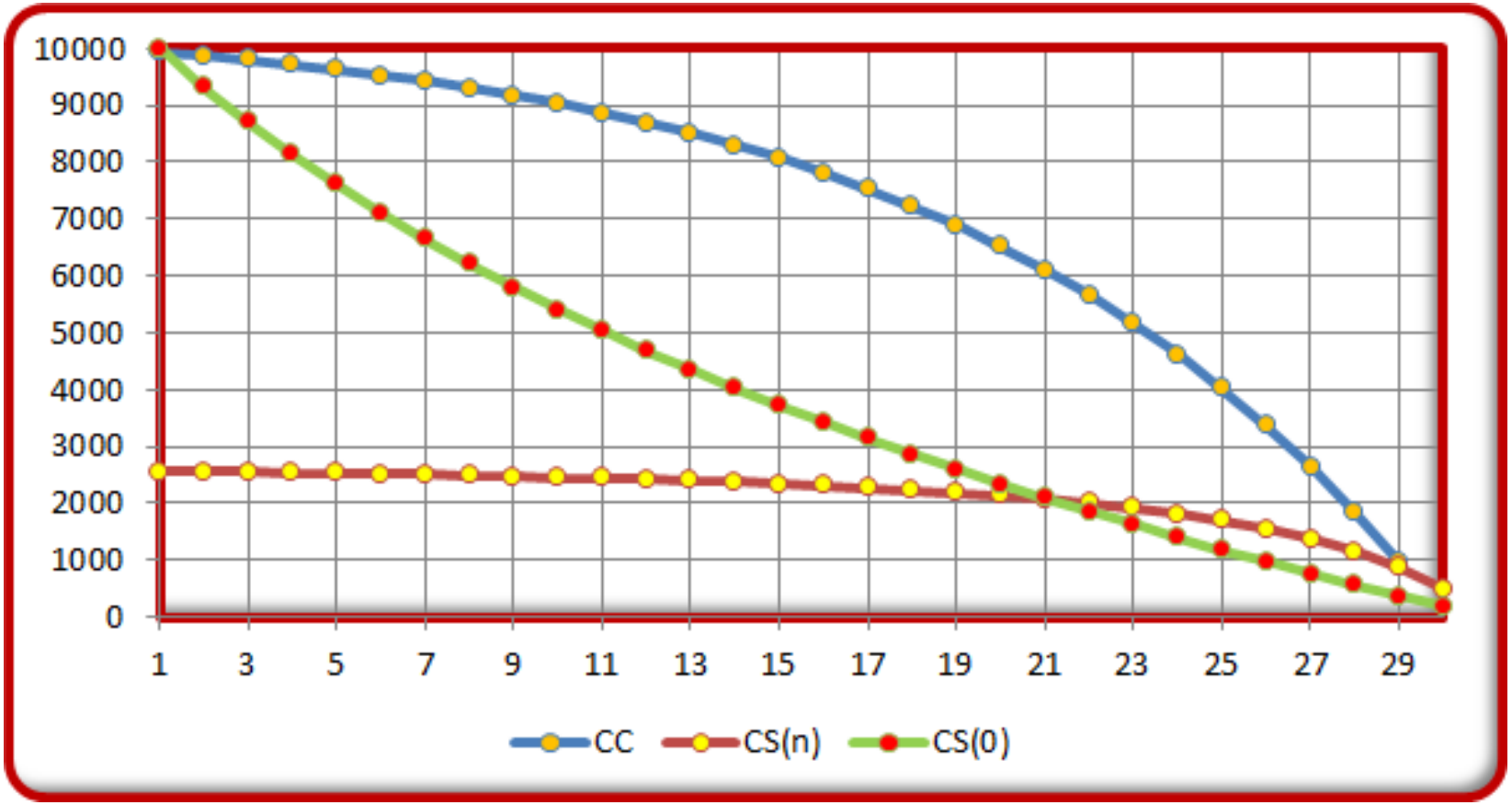
Quanto sopra indicato non si realizza nel caso (Es. 3) di adozione del regime finanziario della capitalizzazione semplice, con epoca di equità corrispondente al tempo iniziale, nel quale, in maniera opposta a quanto evidenziato nell'osservazione 1, l'attualizzazione è tanto più consistente, quanto minore è l'ampiezza dell'intervallo di anticipazione della quota interessi.

Tale aspetto è la causa dell'anomalia presente nel piano di ammortamento "alla francese" dell'Es. 3 (basato sull'approccio proposto da altri Autori; in tale piano, in forma atipica per un piano di ammortamento "a rata costante", le prime cinque quote interessi superano l'importo delle corrispondenti rate, generando un debito residuo, inizialmente crescente, che solo dopo dieci pagamenti riesce a tornare al di sotto dell'importo iniziale del prestito.

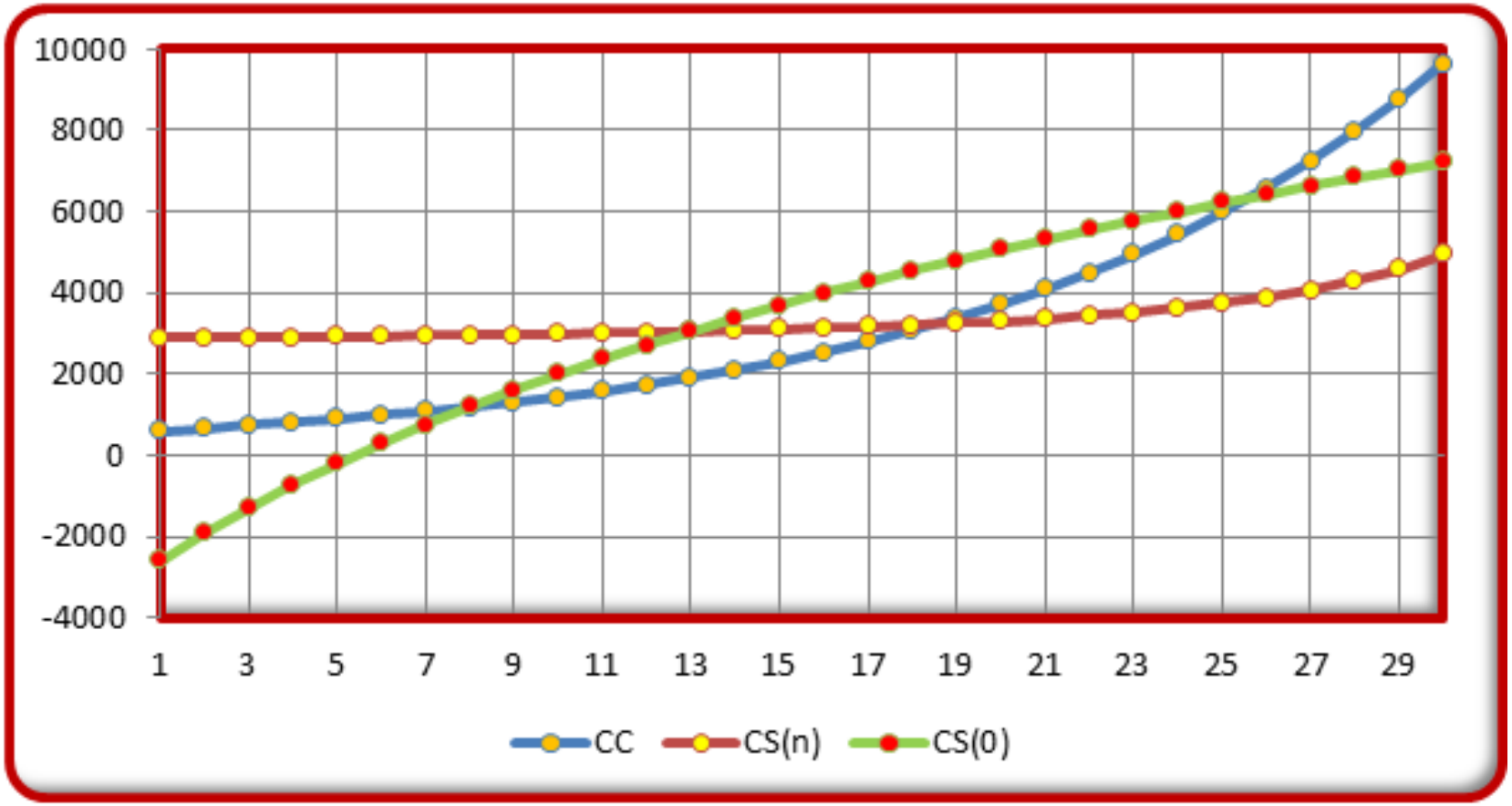
Andamento dei debiti residui in CC, CS(n=finale) e CS(0= iniziale)



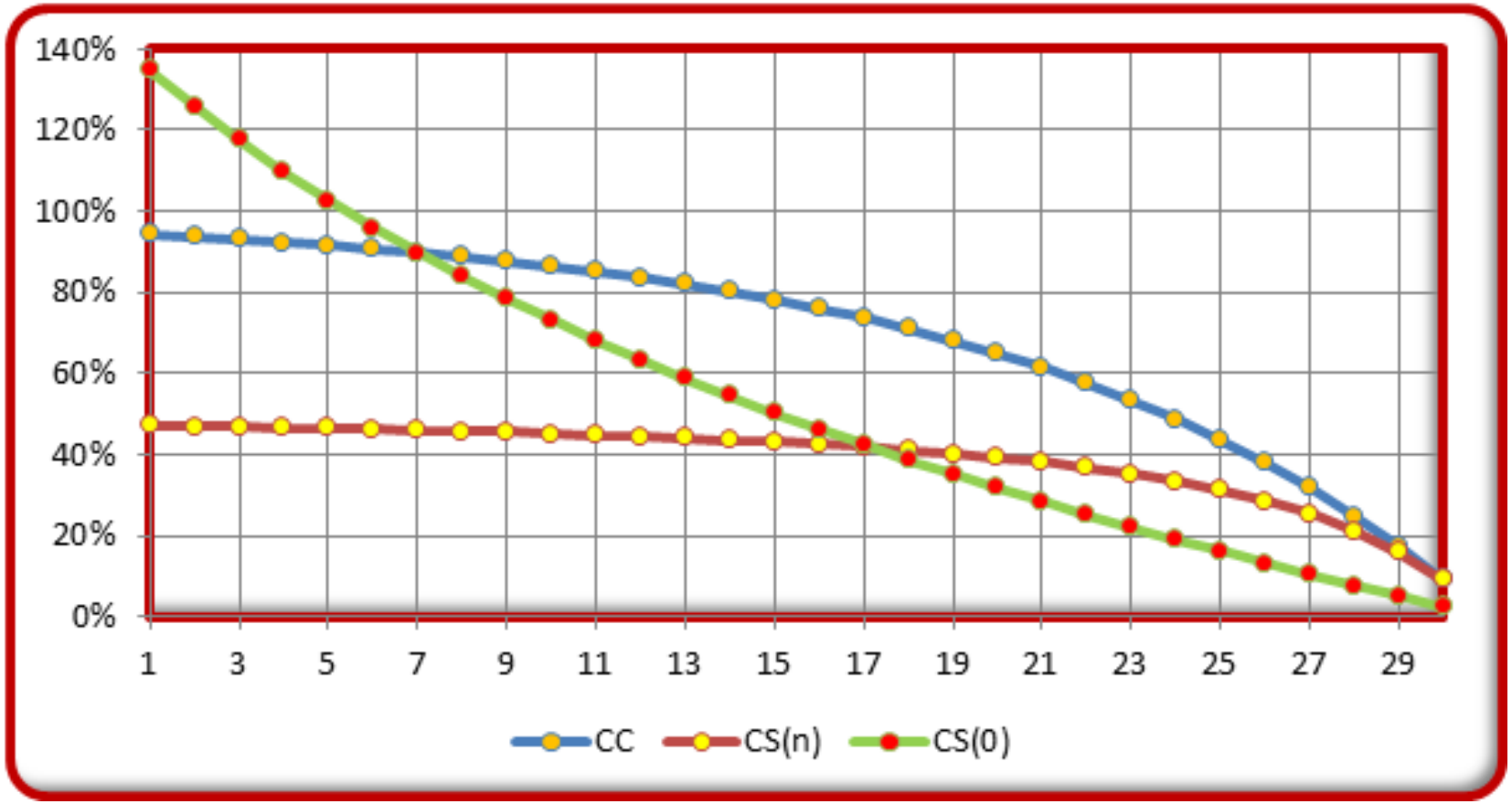
Andamento delle quote interessi in CC, CS(n=finale) e CS(0= iniziale)



Andamento delle quote capitale in CC, CS(n=finale) e CS(0= iniziale)



Andamento delrapporto tra quote interessi e rate in CC, CS(n) e CS(0)



Ammortamento "alla francese" di un mutuo nel regime finanziario della capitalizzazione semplice

Complementi 3: Piani di ammortamento iniziati in CC e ricalcolati in CS

Antonio e Alessandro Annibali, Carla Barracchini, Francesco Olivieri
www.attuariale.eu

Ammortamento: dati del problema

Modificando l'esempio considerato in precedenza (durata $\beta = 6, anziché\ \beta = 20\ oppure\ 30$*):*

importo iniziale del prestito	$D_0 = 100000$
durata dell'ammortamento (in anni)	$\beta = 6$
frazionamento (annuo) delle rate	$m = 1$
numero delle rate	$n = \beta m = 6$
tassi nominale (periodale e effettivo)	$i = 10\%$

nel prosieguo verranno presentati i seguenti piani di ammortamento "alla francese":

- *piano di ammortamento in capitalizzazione composta*
- *piani di ammortamento in capitalizzazione semplice, con scelta dell'epoca (finale o iniziale) di equità dell'operazione finanziaria:*
  - *piani di ammortamento base*

Ammortamento: dati del problema

- piani di ammortamento con pagamento di un fissato numero di rate relative al piano in CC e ulteriore pagamento di un numero complementare di rate (di importo ridotto) in CS
- piani di ammortamento con pagamento di un fissato numero di rate relative al piano in CC, restituzione di un conguaglio da parte dell'istituto bancario e ulteriore pagamento di un numero complementare di rate (base) in CS
- piani di ammortamento con pagamento di un fissato numero di rate relative al piano in CC e pagamento di un conguaglio finale da parte del cliente/istituto bancario
- piani di ammortamento con pagamento di un fissato numero di rate relative al piano di ammortamento in CC e pagamento di una rata ridotta a saldo
- piani di ammortamento in CS con pagamento di rate relative al piano di ammortamento in CC e modifica del tasso d'interesse

Piano di ammortamento in CC

Piano 1 - Piano di ammortamento in CC

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100.000,00
1	22.960,74	10.000,00	12.960,74	87.039,26
2	22.960,74	8.703,93	14.256,81	72.782,45
3	22.960,74	7.278,25	15.682,49	57.099,96
4	22.960,74	5.710,00	17.250,74	39.849,21
5	22.960,74	3.984,92	18.975,82	20.873,40
6	22.960,74	2.087,34	20.873,40	0,00
Tot	137.764,43	377.64,43	100.000,00	
V.A.	100..000,00	29.305,07	70.694,93	
Mont	177.156,10	51.915,71	125.240,39	

Piani di ammortamento in CS

Piani 2 - Piani di ammortamento in CS (equità finale e iniziale)

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100.000,00
1	21.333,33	6.666,67	14.666,67	85.333,33
2	21.333,33	6.095,24	15.238,10	70.095,24
3	21.333,33	5.391,94	15.941,39	54.153,85
4	21.333,33	4.512,82	16.820,51	37.333,33
5	21.333,33	3.393,94	17.939,39	19.393,94
6	21.333,33	1.939,39	19.393,94	0,00
Tot	128.000,00	28.000,00	100.000,00	
V.A.	100.000,00	22.894,36	77.105,64	
Mont	160.000,00	36.630,97	123.369,03	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100.000,00
1	22.135,61	10.000,00	12.135,61	87.864,39
2	22.135,61	7.987,67	14.147,94	73.716,45
3	22.135,61	6.143,04	15.992,57	57.723,88
4	22.135,61	4.440,30	17.695,31	40.028,56
5	22.135,61	2.859,18	19.276,43	20.752,14
6	22.135,61	1.383,48	20.752,14	0,00
Tot	132.813,67	328.13,67	100.000,00	
V.A.	100.000,00	264.15,15	73.584,85	
Mont	160.000,00	422.64,24	117.735,76	

Piani di ammortamento in CS

Piani 3 - Piani di ammortamento in CS con pagamento di un fissato numero (1) di rate relative al piano di ammortamento in CC e ulteriore pagamento di un numero (5) complementare di rate (di importo ridotto) in CS (equità finale e iniziale)

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100.000,00
1	22.960,74	6.666,67	16.294,07	83.705,93
2	20.926,48	5.978,99	14.947,49	68.758,44
3	20.926,48	5.289,11	15.637,37	53.121,07
4	20.926,48	4.426,76	16.499,73	36.621,34
5	20.926,48	3.329,21	17.597,27	19.024,07
6	20.926,48	1.902,41	19.024,07	0,00
Tot	127593,15	27593,15	100000,00	
V.A.	100000,00	22576,93	77423,07	
Mont	160000,00	36123,09	123876,91	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100.000,00
1	22.960,74	10.000,00	12.960,74	87.039,26
2	21.927,74	7.912,66	14.015,08	73.024,18
3	21.927,74	6.085,35	15.842,39	57.181,80
4	21.927,74	4.398,60	17.529,14	39.652,66
5	21.927,74	2.832,33	19.095,40	20.557,25
6	21.927,74	1.370,48	20.557,25	0,00
Tot	132599,42	32599,42	100000,00	
V.A.	100000,00	26252,46	73747,54	
Mont	160000,00	42003,94	117996,06	

Piani di ammortamento in CS

Piani 3 - Piani di ammortamento in CS con pagamento di un fissato numero (2) di rate relative al piano di ammortamento in CC e ulteriore pagamento di un numero (4) complementare di rate (di importo ridotto) in CS (equità finale e iniziale)

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100.000,00
1	22.960,74	6.666,67	16.294,07	83.705,93
2	22.960,74	5.978,99	16.981,74	66.724,19
3	20.307,36	5.132,63	15.174,73	51.549,45
4	20.307,36	4.295,79	16.011,57	35.537,88
5	20.307,36	3.230,72	17.076,64	18.461,24
6	20.307,36	1.846,12	18.461,24	0,00
Tot	127150,92	27150,92	100000,00	
V.A.	100000,00	22248,67	77751,33	
Mont	160000,00	35597,87	124402,13	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100.000,00
1	22.960,74	10.000,00	12.960,74	87.039,26
2	22.960,74	7.912,66	15.048,08	71.991,18
3	21.617,55	5.999,27	15.618,28	56.372,90
4	21.617,55	4.336,38	17.281,17	39.091,73
5	21.617,55	2.792,27	18.825,28	20.266,45
6	21.617,55	1.351,10	20.266,45	0,00
Tot	132391,67	32391,67	100000,00	
V.A.	100000,00	26102,97	73897,03	
Mont	160000,00	41764,75	118235,25	

Piani di ammortamento in CS

Piani 3 - Piani di ammortamento in CS con pagamento di un fissato numero (3) di rate relative al piano di ammortamento in CC e ulteriore pagamento di un numero (3) complementare di rate (di importo ridotto) in CS (equità finale e iniziale)

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100.000,00
1	22.960,74	6.666,67	16.294,07	83.705,93
2	22.960,74	5.978,99	16.981,74	66.724,19
3	22.960,74	5.132,63	17.828,11	48.896,08
4	19.262,09	4.074,67	15.187,42	33.708,66
5	19.262,09	3.064,42	16.197,67	17.510,99
6	19.262,09	1.751,10	17.510,99	0,00
Tot	126668,49	26668,49	100000,00	
V.A.	100000,00	21909,12	78090,88	
Mont	160000,00	35054,58	124945,42	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100.000,00
1	22.960,74	10.000,00	12.960,74	87.039,26
2	22.960,74	7.912,66	15.048,08	71.991,18
3	22.960,74	5.999,27	16.961,47	55.029,71
4	21.102,47	4.233,05	16.869,41	38.160,30
5	21.102,47	2.725,74	18.376,73	19.783,56
6	21.102,47	1.318,90	19.783,56	0,00
Tot	132189,62	32189,62	100000,00	
V.A.	100000,00	25964,69	74035,31	
Mont	160000,00	41543,51	118456,49	

Piani di ammortamento in CS

Piani 3 - Piani di ammortamento in CS con pagamento di un fissato numero (4) di rate relative al piano di ammortamento in CC e ulteriore pagamento di un numero (2) complementare di rate (di importo ridotto) in CS (equità finale e iniziale)

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100.000,00
1	22.960,74	6.666,67	16.294,07	83.705,93
2	22.960,74	5.978,99	16.981,74	66.724,19
3	22.960,74	5.132,63	17.828,11	48.896,08
4	22.960,74	4.074,67	18.886,06	30.010,01
5	17.148,58	2.728,18	14.420,40	15.589,62
6	17.148,58	1.558,96	15.589,62	0,00
Tot	126140,11	26140,11	100000,00	
V.A.	100000,00	21557,86	78442,14	
Mont	160000,00	34492,58	125507,42	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100.000,00
1	22.960,74	10.000,00	12.960,74	87.039,26
2	22.960,74	7.912,66	15.048,08	71.991,18
3	22.960,74	5.999,27	16.961,47	55.029,71
4	22.960,74	4.233,05	18.727,68	36.302,03
5	20.074,85	2.593,00	17.481,85	18.820,18
6	20.074,85	1.254,68	18.820,18	0,00
Tot	131992,66	31992,66	100000,00	
V.A.	100000,00	25836,06	74163,94	
Mont	160000,00	41337,70	118662,30	

Piani di ammortamento in CS

Piani 3 - Piani di ammortamento in CS con pagamento di un fissato numero (5) di rate relative al piano di ammortamento in CC e ulteriore pagamento di un numero (1) complementare di rate (di importo ridotto) in CS (equità finale e iniziale)

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100.000,00
1	22.960,74	6.666,67	16.294,07	83.705,93
2	22.960,74	5.978,99	16.981,74	66.724,19
3	22.960,74	5.132,63	17.828,11	48.896,08
4	22.960,74	4.074,67	18.886,06	30.010,01
5	22.960,74	2.728,18	20.232,56	9.777,46
6	10.755,20	977,75	9.777,46	0,00
Tot	125558,89	25558,89	100000,00	
V.A.	100000,00	21194,60	78805,40	
Mont	160000,00	33911,37	126088,63	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100.000,00
1	22.960,74	10.000,00	12.960,74	87.039,26
2	22.960,74	7.912,66	15.048,08	71.991,18
3	22.960,74	5.999,27	16.961,47	55.029,71
4	22.960,74	4.233,05	18.727,68	36.302,03
5	22.960,74	2.593,00	20.367,74	15.934,29
6	16.996,58	1.062,29	15.934,29	0,00
Tot	131800,27	31800,27	100000,00	
V.A.	100000,00	25715,82	74284,18	
Mont	160000,00	41145,31	118854,69	

Piani di ammortamento in CS

Piani 3 - Piani di ammortamento in CS con pagamento di un fissato numero (6) di rate relative al piano di ammortamento in CC e ulteriore pagamento di un numero (0) complementare di rate (di importo ridotto) in CS (equità finale e iniziale)

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100.000,00
1	22.960,74	6.666,67	16.294,07	83.705,93
2	22.960,74	5.978,99	16.981,74	66.724,19
3	22.960,74	5.132,63	17.828,11	48.896,08
4	22.960,74	4.074,67	18.886,06	30.010,01
5	22.960,74	2.728,18	20.232,56	9.777,46
6	22.960,74	977,75	21.982,99	-12.205,54
Tot	137764,43	25558,89	112205,54	
V.A.	107628,46	21194,60	86433,86	
Mont	172205,54	33911,37	138294,17	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100.000,00
1	22.960,74	10.000,00	12.960,74	87.039,26
2	22.960,74	7.912,66	15.048,08	71.991,18
3	22.960,74	5.999,27	16.961,47	55.029,71
4	22.960,74	4.233,05	18.727,68	36.302,03
5	22.960,74	2.593,00	20.367,74	15.934,29
6	22.960,74	1.062,29	21.898,45	-5.964,16
Tot	137764,43	31800,27	105964,16	
V.A.	103727,60	25715,82	78011,78	
Mont	165964,16	41145,31	124818,85	

Piani di ammortamento in CS

Piani 4 - Piani di ammortamento in CS con pagamento di un fissato numero (1) di rate relative al piano di ammortamento in CC, restituzione di un conguaglio da parte dell'istituto bancario mutuante e ulteriore pagamento di un numero (5) complementare di rate (base) in CS

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Conguaglio	Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	6.666,67	16.294,07	1.627,40	85.333,33
2	21.333,33	6.095,24	15.238,10	0,00	70.095,24
3	21.333,33	5.391,94	15.941,39	0,00	54.153,85
4	21.333,33	4.512,82	16.820,51	0,00	37.333,33
5	21.333,33	3.393,94	17.939,39	0,00	19.393,94
6	21.333,33	1.939,39	19.393,94	0,00	0,00
Tot	129627,40	28000,00	101627,40	1627,40	
V.A.	101525,69	22894,36	78631,34	1525,69	
Mont	162441,11	36630,97	125810,14	2441,11	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Conguaglio	Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	10.000,00	12.960,74	825,13	87.864,39
2	22.135,61	7.987,67	14.147,94	0,00	73.716,45
3	22.135,61	6.143,04	15.992,57	0,00	57.723,88
4	22.135,61	4.440,30	17.695,31	0,00	40.028,56
5	22.135,61	2.859,18	19.276,43	0,00	20.752,14
6	22.135,61	1.383,48	20.752,14	0,00	0,00
Tot	133638,79	32813,67	100825,13	825,13	
V.A.	100750,12	26415,15	74334,96	750,12	
Mont	161200,18	42264,24	118935,94	1200,18	

Piani di ammortamento in CS

Piani 4 - Piani di ammortamento in CS con pagamento di un fissato numero (2) di rate relative al piano di ammortamento in CC, restituzione di un conguaglio da parte dell'istituto bancario mutuante e ulteriore pagamento di un numero (4) complementare di rate (base) in CS

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Conguaglio	Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	6.666,67	16.294,07	0,00	83.705,93
2	22.960,74	5.978,99	16.981,74	3.371,05	70.095,24
3	21.333,33	5.391,94	15.941,39	0,00	54.153,85
4	21.333,33	4.512,82	16.820,51	0,00	37.333,33
5	21.333,33	3.393,94	17.939,39	0,00	19.393,94
6	21.333,33	1.939,39	19.393,94	0,00	0,00
Tot	131254,81	27883,76	103371,05	3371,05	
V.A.	102949,67	22792,64	80157,03	2949,67	
Mont	164719,47	36468,23	128251,25	4719,47	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Conguaglio	Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	10.000,00	12.960,74	0,00	87.039,26
2	22.960,74	7.912,66	15.048,08	1.725,27	73.716,45
3	22.135,61	6.143,04	15.992,57	0,00	57.723,88
4	22.135,61	4.440,30	17.695,31	0,00	40.028,56
5	22.135,61	2.859,18	19.276,43	0,00	20.752,14
6	22.135,61	1.383,48	20.752,14	0,00	0,00
Tot	134463,92	32738,65	101725,27	1725,27	
V.A.	101437,72	26352,64	75085,08	1437,72	
Mont	162300,35	42164,23	120136,13	2300,35	

Piani di ammortamento in CS

Piani 4 - Piani di ammortamento in CS con pagamento di un fissato numero (3) di rate relative al piano di ammortamento in CC, restituzione di un conguaglio da parte dell'istituto bancario mutuante e ulteriore pagamento di un numero (3) complementare di rate (base) in CS

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Conguaglio	Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	6.666,67	16.294,07	0,00	83.705,93
2	22.960,74	5.978,99	16.981,74	0,00	66.724,19
3	22.960,74	5.132,63	17.828,11	5.257,77	54.153,85
4	21.333,33	4.512,82	16.820,51	0,00	37.333,33
5	21.333,33	3.393,94	17.939,39	0,00	19.393,94
6	21.333,33	1.939,39	19.393,94	0,00	0,00
Tot	132882,21	27624,45	105257,77	5257,77	
V.A.	104271,94	22581,95	81689,99	4271,94	
Mont	166835,10	36131,12	130703,98	6835,10	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Conguaglio	Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	10.000,00	12.960,74	0,00	87.039,26
2	22.960,74	7.912,66	15.048,08	0,00	71.991,18
3	22.960,74	5.999,27	16.961,47	2.694,16	57.723,88
4	22.135,61	4.440,30	17.695,31	0,00	40.028,56
5	22.135,61	2.859,18	19.276,43	0,00	20.752,14
6	22.135,61	1.383,48	20.752,14	0,00	0,00
Tot	135289,05	32594,88	102694,16	2694,16	
V.A.	102072,43	26242,05	75830,39	2072,43	
Mont	163315,90	41987,28	121328,62	3315,90	

Piani di ammortamento in CS

Piani 4 - Piani di ammortamento in CS con pagamento di un fissato numero (4) di rate relative al piano di ammortamento in CC, restituzione di un conguaglio da parte dell'istituto bancario mutuante e ulteriore pagamento di un numero (2) complementare di rate (base) in CS

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Conguaglio	Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	6.666,67	16.294,07	0,00	83.705,93
2	22.960,74	5.978,99	16.981,74	0,00	66.724,19
3	22.960,74	5.132,63	17.828,11	0,00	48.896,08
4	22.960,74	4.074,67	18.886,06	7.323,32	37.333,33
5	21.333,33	3.393,94	17.939,39	0,00	19.393,94
6	21.333,33	1.939,39	19.393,94	0,00	0,00
Tot	134509,62	27186,30	107323,32	7323,32	
V.A.	105492,49	22253,34	83239,15	5492,49	
Mont	168787,99	35605,35	133182,64	8787,99	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Conguaglio	Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	10.000,00	12.960,74	0,00	87.039,26
2	22.960,74	7.912,66	15.048,08	0,00	71.991,18
3	22.960,74	5.999,27	16.961,47	0,00	55.029,71
4	22.960,74	4.233,05	18.727,68	3.726,54	40.028,56
5	22.135,61	2.859,18	19.276,43	0,00	20.752,14
6	22.135,61	1.383,48	20.752,14	0,00	0,00
Tot	136114,17	32387,64	103726,54	3726,54	
V.A.	102661,81	26094,02	76567,79	2661,81	
Mont	164258,90	41750,43	122508,47	4258,90	

Piani di ammortamento in CS

Piani 4 - Piani di ammortamento in CS con pagamento di un fissato numero (5) di rate relative al piano di ammortamento in CC, restituzione di un conguaglio da parte dell'istituto bancario mutuante e ulteriore pagamento di un numero (1) complementare di rate (base) in CS

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Conguaglio	Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	6.666,67	16.294,07	0,00	83.705,93
2	22.960,74	5.978,99	16.981,74	0,00	66.724,19
3	22.960,74	5.132,63	17.828,11	0,00	48.896,08
4	22.960,74	4.074,67	18.886,06	0,00	30.010,01
5	22.960,74	2.728,18	20.232,56	9.616,48	19.393,94
6	21.333,33	1.939,39	19.393,94	0,00	0,00
Tot	136137,02	26520,54	109616,48	9616,48	
V.A.	106611,33	21795,63	84815,70	6611,33	
Mont	170578,13	34873,01	135705,12	10578,13	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Conguaglio	Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	10.000,00	12.960,74	0,00	87.039,26
2	22.960,74	7.912,66	15.048,08	0,00	71.991,18
3	22.960,74	5.999,27	16.961,47	0,00	55.029,71
4	22.960,74	4.233,05	18.727,68	0,00	36.302,03
5	22.960,74	2.593,00	20.367,74	4.817,84	20.752,14
6	22.135,61	1.383,48	20.752,14	0,00	0,00
Tot	136939,30	32121,46	104817,84	4817,84	
V.A.	103211,90	25916,56	77295,33	3211,90	
Mont	165139,03	41466,50	123672,53	5139,03	

Piani di ammortamento in CS

Piani 4 - Piani di ammortamento in CS con pagamento di un fissato numero (6) di rate relative al piano di ammortamento in CC, restituzione di un conguaglio da parte dell'istituto bancario mutuante e ulteriore pagamento di un numero (0) complementare di rate (base) in CS

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Conguaglio	Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	6.666,67	16.294,07	0,00	83.705,93
2	22.960,74	5.978,99	16.981,74	0,00	66.724,19
3	22.960,74	5.132,63	17.828,11	0,00	48.896,08
4	22.960,74	4.074,67	18.886,06	0,00	30.010,01
5	22.960,74	2.728,18	20.232,56	0,00	9.777,46
6	22.960,74	977,75	21.982,99	12.205,54	0,00
Tot	137764,43	25558,89	112205,54	12205,54	
V.A.	107628,46	21194,60	86433,86	7628,46	
Mont	172205,54	33911,37	138294,17	12205,54	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Conguaglio	Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	10.000,00	12.960,74	0,00	87.039,26
2	22.960,74	7.912,66	15.048,08	0,00	71.991,18
3	22.960,74	5.999,27	16.961,47	0,00	55.029,71
4	22.960,74	4.233,05	18.727,68	0,00	36.302,03
5	22.960,74	2.593,00	20.367,74	0,00	15.934,29
6	22.960,74	1.062,29	21.898,45	5.964,16	0,00
Tot	137764,43	31800,27	105964,16	5964,16	
V.A.	103727,60	25715,82	78011,78	3727,60	
Mont	165964,16	41145,31	124818,85	5964,16	

Piani di ammortamento in CS

Piani 5 - Piani di ammortamento in CS con pagamento di un fissato numero (1) di rate relative al piano di ammortamento in CC e pagamento di un conguaglio finale da parte del cliente mutuatario

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Conguaglio	Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	6.666,67	16.294,07	-83.705,93	0,00
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Tot	22960,74	6666,67	16294,07	-83705,93	
V.A.	21525,69	6250,00	15275,69	-78474,31	
Mont	34441,11	10000,00	24441,11	-125558,89	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale		Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	10.000,00	12.960,74	-87.039,26	0,00
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Tot	22960,74	10000,00	12960,74	-87039,26	
V.A.	20873,40	9090,91	11782,49	-79126,60	
Mont	33397,44	14545,45	18851,98	-126602,56	

Piani di ammortamento in CS

Piani 5 - Piani di ammortamento in CS con pagamento di un fissato numero (2) di rate relative al piano di ammortamento in CC e pagamento di un conguaglio finale da parte del cliente mutuatario

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Conguaglio	Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	6.666,67	16.294,07	0,00	83.705,93
2	22.960,74	5.978,99	16.981,74	-66.724,19	0,00
3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Tot	45921,48	12645,66	33275,81	-66724,19	
V.A.	41616,34	11481,62	30134,72	-58383,66	
Mont	66586,14	18370,59	48215,55	-93413,86	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale		Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	10.000,00	12.960,74	0,00	87.039,26
2	22.960,74	7.912,66	15.048,08	-71.991,18	0,00
3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Tot	45921,48	17912,66	28008,82	-71991,18	
V.A.	40007,35	15684,79	24322,55	-59992,65	
Mont	64011,75	25095,67	38916,09	-95988,25	

Piani di ammortamento in CS

Piani 5 - Piani di ammortamento in CS con pagamento di un fissato numero (3) di rate relative al piano di ammortamento in CC e pagamento di un conguaglio finale da parte del cliente mutuatario

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Conguaglio	Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	6.666,67	16.294,07	0,00	83.705,93
2	22.960,74	5.978,99	16.981,74	0,00	66.724,19
3	22.960,74	5.132,63	17.828,11	-48.896,08	0,00
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Tot	68882,21	17778,29	51103,92	-48896,08	
V.A.	60271,94	15651,88	44620,06	-39728,06	
Mont	96435,10	25043,01	71392,09	-63564,90	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale		Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	10.000,00	12.960,74	0,00	87.039,26
2	22.960,74	7.912,66	15.048,08	0,00	71.991,18
3	22.960,74	5.999,27	16.961,47	-55.029,71	0,00
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Tot	68882,21	23911,93	44970,29	-55029,71	
V.A.	57669,45	20299,61	37369,84	-42330,55	
Mont	92271,12	32479,38	59791,75	-67728,88	

Piani di ammortamento in CS

Piani 5 - Piani di ammortamento in CS con pagamento di un fissato numero (4) di rate relative al piano di ammortamento in CC e pagamento di un conguaglio finale da parte del cliente mutuatario

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Conguaglio	Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	6.666,67	16.294,07	0,00	83.705,93
2	22.960,74	5.978,99	16.981,74	0,00	66.724,19
3	22.960,74	5.132,63	17.828,11	0,00	48.896,08
4	22.960,74	4.074,67	18.886,06	-30.010,01	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Tot	91842,95	21852,96	69989,99	-30010,01	
V.A.	77492,49	18707,89	58784,60	-22507,51	
Mont	123987,99	29932,62	94055,37	-36012,01	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale		Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	10.000,00	12.960,74	0,00	87.039,26
2	22.960,74	7.912,66	15.048,08	0,00	71.991,18
3	22.960,74	5.999,27	16.961,47	0,00	55.029,71
4	22.960,74	4.233,05	18.727,68	-36.302,03	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Tot	91842,95	28144,98	63697,97	-36302,03	
V.A.	74069,98	23323,22	50746,76	-25930,02	
Mont	118511,97	37317,16	81194,81	-41488,03	

Piani di ammortamento in CS

Piani 5 - Piani di ammortamento in CS con pagamento di un fissato numero (5) di rate relative al piano di ammortamento in CC e pagamento di un conguaglio finale da parte del cliente mutuatario

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Conguaglio	Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	6.666,67	16.294,07	0,00	83.705,93
2	22.960,74	5.978,99	16.981,74	0,00	66.724,19
3	22.960,74	5.132,63	17.828,11	0,00	48.896,08
4	22.960,74	4.074,67	18.886,06	0,00	30.010,01
5	22.960,74	2.728,18	20.232,56	-9.777,46	0,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Tot	114803,69	24581,15	90222,54	-9777,46	
V.A.	93278,00	20583,51	72694,49	-6722,00	
Mont	149244,80	32933,62	116311,18	-10755,20	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale		Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	10.000,00	12.960,74	0,00	87.039,26
2	22.960,74	7.912,66	15.048,08	0,00	71.991,18
3	22.960,74	5.999,27	16.961,47	0,00	55.029,71
4	22.960,74	4.233,05	18.727,68	0,00	36.302,03
5	22.960,74	2.593,00	20.367,74	-15.934,29	0,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Tot	114803,69	30737,98	84065,71	-15934,29	
V.A.	89377,14	25051,89	64325,25	-10622,86	
Mont	143003,42	40083,02	102920,40	-16996,58	

Piani di ammortamento in CS

Piani 5 - Piani di ammortamento in CS con pagamento di un fissato numero (6) di rate relative al piano di ammortamento in CC e pagamento di un conguaglio finale da parte dell'istituto bancario mutuante

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Conguaglio	Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	6.666,67	16.294,07	0,00	83.705,93
2	22.960,74	5.978,99	16.981,74	0,00	66.724,19
3	22.960,74	5.132,63	17.828,11	0,00	48.896,08
4	22.960,74	4.074,67	18.886,06	0,00	30.010,01
5	22.960,74	2.728,18	20.232,56	0,00	9.777,46
6	22.960,74	977,75	21.982,99	12.205,54	0,00
Tot	137764,43	25558,89	112205,54	12205,54	
V.A.	107628,46	21194,60	86433,86	7628,46	
Mont	172205,54	33911,37	138294,17	12205,54	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale		Debito
0					100.000,00
1	22.960,74	10.000,00	12.960,74	0,00	87.039,26
2	22.960,74	7.912,66	15.048,08	0,00	71.991,18
3	22.960,74	5.999,27	16.961,47	0,00	55.029,71
4	22.960,74	4.233,05	18.727,68	0,00	36.302,03
5	22.960,74	2.593,00	20.367,74	0,00	15.934,29
6	22.960,74	1.062,29	21.898,45	5.964,16	0,00
Tot	137764,43	31800,27	105964,16	5964,16	
V.A.	103727,60	25715,82	78011,78	3727,60	
Mont	165964,16	41145,31	124818,85	5964,16	

Piani di ammortamento in CS

Piani 6 - Piani di ammortamento in CS con pagamento di un fissato numero (5) di rate relative al piano di ammortamento in CC e pagamento di una rata (6^) ridotta a saldo

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100.000,00
1	22.960,74	6.666,67	16.294,07	83.705,93
2	22.960,74	5.978,99	16.981,74	66.724,19
3	22.960,74	5.132,63	17.828,11	48.896,08
4	22.960,74	4.074,67	18.886,06	30.010,01
5	22.960,74	2.728,18	20.232,56	9.777,46
6	10.755,20	977,75	9.777,46	0,00
Tot	125558,89	25558,89	100000,00	
V.A.	100000,00	21194,60	78805,40	
Mont	160000,00	33911,37	126088,63	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100.000,00
1	22.960,74	10.000,00	12.960,74	87.039,26
2	22.960,74	7.912,66	15.048,08	71.991,18
3	22.960,74	5.999,27	16.961,47	55.029,71
4	22.960,74	4.233,05	18.727,68	36.302,03
5	22.960,74	2.593,00	20.367,74	15.934,29
6	16.996,58	1.062,29	15.934,29	0,00
Tot	131800,27	31800,27	100000,00	
V.A.	100000,00	25715,82	74284,18	
Mont	160000,00	41145,31	118854,69	

Piani di ammortamento in CS

Piani 7 - Piani di ammortamento in CS con pagamento di rate relative al piano di ammortamento in CC e opportuna modifica del tasso di interesse

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100000,00
1	22.960,74	8497,63	14463,10	85536,90
2	22.960,74	7943,63	15017,10	70519,79
3	22.960,74	7219,49	15741,25	54778,54
4	22.960,74	6247,57	16713,17	38065,37
5	22.960,74	4900,29	18060,45	20004,92
6	22.960,74	2955,82	20004,92	0,00
Tot	137764,43	37764,43	100000,00	
V.A.	107628,46	30685,05	76943,41	
Mont	172205,54	49096,09	123109,45	

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Debito
0				100000,00
1	22.960,74	11.599,17	11.361,57	88.638,43
2	22.960,74	9.212,72	13.748,02	74.890,41
3	22.960,74	7.050,96	15.909,78	58.980,63
4	22.960,74	5.075,21	17.885,52	41.095,11
5	22.960,74	3.256,01	19.704,73	21.390,38
6	22.960,74	1.570,36	21.390,38	0,00
Tot	137764,43	37764,43	100000,00	
V.A.	103727,60	30423,08	73304,52	
Mont	165964,16	48676,92	117287,23	

Piani di ammortamento in CS

***Nota 1**: Data l'esiguità della durata dell'ammortamento considerato alcuni risultati di taluni piani di ammortamento coincidono con altrettanti risultati di altri piani. Un'analisi completa dei possibili sviluppi e risultati può essere effettuata tramite l'utilizzo del software disponibile nel sito **www.attuariale.eu**.*

***Nota 2**: I tassi di interesse utilizzati nei piani 7 sono rispettivamente **14.775455%** e **11.599166%** , quali soluzioni delle due equazioni:*

Piani di ammortamento in CS

$$D_0 = R\frac{n\left(1+\frac{n-1}{2}i\right)}{1+in} \Rightarrow i = \frac{R-\frac{D_0}{n}}{D_0 - R\frac{n-1}{2}} = \frac{22.960,74 - \frac{100.000}{6}}{100.000 - 22.960,74 \cdot 2.5} = 14,775455\%$$

soluzione accettabile dovendo essere

$$\frac{D_0}{n} \leq R < \frac{2D_0}{n-1} \Rightarrow \frac{100.000}{6} \leq R < \frac{200.000}{5} \Rightarrow 16.666.67 \leq \underbrace{22.960,74}_{R} < 40.000$$

$$D_0 = \sum_{k=1}^{n} \frac{R}{1+ik} \Rightarrow 100.000 = 22.960,74 \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{1+ik} \Rightarrow i = 11.599166\%$$

Riferimenti

Antonio Annibali

- Professore ordinario fr di Matematica Finanziaria ed Attuariale – S.S.D. Secs-S/06 (13/D4) – Facoltà di Economia – Dipartimento MEMOTEF (Metodi e modelli per l'economia, il territorio e la finanza) - Università degli Studi 'La Sapienza' di Roma
- Attuario (Albo: 506)
- Sito: www.attuariale.eu
- Studio: 06-88327266
- Cell. 328-0340579
- E-mail: attuariale.eu@gmail.com , antonio.annibali@gmail.com
- PEC: antonio.annibali@legalmail.it

Ammortamento "alla francese" di un mutuo nel regime della capitalizzazione semplice

Il problema della stesura del piano di ammortamento in capitalizzazione semplice

Antonio e Alessandro Annibali, Carla Barracchini, Francesco Olivieri
www.attuariale.eu